UNIÃO MARISTA
DO BRASIL

CADERNO MARISTA PARA O ENEM

EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

ÁREA DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

DIRETORIA
Diretor-Presidente: Ir. José Wagner Rodrigues da Cruz
Diretor-Secretário: Ir. Claudiano Tiecher
Diretor-Tesoureiro: Ir. Délcio Afonso Balestrin

SECRETÁRIO EXECUTIVO
Ir. Valdícer Civa Fachi

ÁREA DE MISSÃO
Coordenador: Ir. José de Assis Elias de Brito
Assessores: Mércia Maria Silva Procópio, Leila Regina Paiva de Souza, João Carlos de Paula
Analista: Deysiane Farias Pontes

COMISSÃO DE EDUCAÇÃO BÁSICA
Bárbara Pimpão
Cláudia Laureth Faquinote
Flávio Antonio Sandi
Ir. Gilberto Zimmermann Costa
Ir. Iranilson Correia de Lima
Ir. José de Assis Elias de Brito
Ir. Paulinho Vogel
Jaqueline de Jesus
João Carlos Puglisi
Maria Waleska Cruz
Mércia Maria Silva Procópio
Silmara Sapiense Vespasiano

EQUIPE DE ELABORAÇÃO
Deysiane Farias Pontes
Flávio Antonio Sandi
Ir. José de Assis Elias de Brito
Jaqueline de Jesus
Jorge dos Santos Souza Júnior
Luciano Stropper
Maria Ireneuda de Souza Nogueira
Maria Waleska Cruz
Mércia Maria Silva Procópio
Wilson Martins de Carvalho Júnior

REVISÃO TÉCNICA
Deysiane Farias Pontes
Mércia Maria Silva Procópio

REVISÃO GRAMATICAL
Edipucrs

CAPA
Coordenação de Marketing e Inteligência de Mercado – Província Marista Brasil Centro-Norte.

PRODUÇÃO EDITORIAL
Edipucrs

COLABORAÇÃO
Analista de Inteligência Competitiva – União Marista do Brasil: Gustavo Lima Ferreira.
Coordenação de Comunicação e Marketing – União Marista do Brasil: Marjoire Castilho.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

U58c União Marista do Brasil

Caderno Marista para o Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) : área de matemática e suas tecnologias / União Marista do Brasil. – Porto Alegre : UMB, 2013.
116 p.

ISBN 978-85-397-0324-1

1. Matemática – Ensino Médio. 2. Exame Nacional do Ensino Médio – Brasil. 3. Ciência e Tecnologia. 4. Educação – Brasil. I. Título.

CDD 373.81

Ficha Catalográfica elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação da BC-PUCRS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 4

MARISTAS NO BRASIL E NO MUNDO: VOCÊ FAZ PARTE DESSA FAMÍLIA 5

EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM) 8

ANÁLISE DAS COMPETÊNCIAS DA ÁREA MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS 10

O COMPONENTE CURRICULAR MATEMÁTICA 14

CADERNO DE EXERCÍCIOS 17

ANEXO 1 – TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO ENEM 110

GABARITO 112

REFERÊNCIAS 115

ANOTAÇÕES 116

APRESENTAÇÃO

Estimado(a) educando(a),

O material que tem em mãos foi elaborado pensando em você e em sua preparação para a realização do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), porta de entrada para as melhores e mais conceituadas universidades e outras instituições de Ensino Superior, públicas ou privadas, de nosso país.

Nesta publicação, nos dedicaremos à Área de Matemática e suas Tecnologias. Assim, você compreenderá melhor como são as provas, o que é exigido, as instituições que o adotam, as competências e as habilidades avaliadas, como são realizados os cálculos das notas, além de outras informações que podem contribuir para um ótimo desempenho nesse exame.

Orientamos que você dedique atenção especial ao domínio das linguagens (textos, quadrinhos, mapas, equações, gráficos, tabelas e outros), à investigação, à contextualização dos fenômenos e mantenha-se constantemente atento aos grandes temas da atualidade.

Bom estudo e sucesso no Exame Nacional do Ensino Médio!

MARISTAS NO BRASIL E NO MUNDO: VOCÊ FAZ PARTE DESSA FAMÍLIA

Nesta seção, você encontrará informações importantes sobre o Instituto Marista e sobre a nossa presença no Brasil, da qual você participa e a quem dedicamos nossos esforços para oferecer-lhe um serviço de excelência educacional.

Brasil Marista

São Marcelino Champagnat, fundador do Instituto Marista, escolheu a Educação como missão. Nós, maristas, seguimos o seu exemplo há quase **200 anos**, em todos os continentes, sob a égide e a inspiração de Maria, a Boa Mãe.

Somos cerca de **76 mil pessoas**: irmãos, leigos (as) e colaboradores (as), em **79 países**, atendendo a mais de **654 mil crianças e jovens**.

No Brasil, estamos presentes em **23 estados e no Distrito Federal**, organizados em quatro unidades administrativas: as Províncias Maristas do Rio Grande do Sul, Brasil Centro-Norte e Brasil Centro-Sul, agora comunicada como Grupo Marista, e o Distrito Marista da Amazônia.

São **98 cidades brasileiras**, mais de **29 mil irmãos, leigos (as) e colaboradores (as)**, cerca de **350 mil pessoas beneficiadas**.

Áreas de atuação

O Brasil Marista conta com milhares de pessoas que diariamente vivenciam e disseminam importantes valores humanos e cristãos. Faz parte do jeito marista a busca constante por excelência.

A **evangelização** tem papel integrador e está presente em todas as ações maristas de forma transversal, perpassando nossas iniciativas, na animação vocacional de Irmãos e nas atividades pastorais com crianças e jovens por todo o Brasil.

Com a missão de evangelizar, ou seja, vivenciar e disseminar tais valores, os maristas mantêm iniciativas em quatro áreas: **educação, solidariedade, saúde e comunicação**. São frentes de atuação que se constituem em campos de aplicação e multiplicação da Missão Marista. Seja nos colégios, nos campi universitários, nas escolas gratuitas, nos centros sociais, nos hospitais, nas editoras ou nas emissoras de rádio e TV, tudo o que é realizado busca a excelência, a valorização de colaboradores, Leigos e Irmãos, e uma efetiva contribuição social e cultural às comunidades em que se fazem presentes. Bons valores, com excelência, nossa missão é proporcionar essa combinação única para a construção de um mundo melhor.

Na Área de Educação, o Brasil Marista promove o diálogo entre as ciências, as sociedades e as culturas, sob uma perspectiva cristã da realidade. Dessa forma, permite entender as necessidades humanas e sociais contemporâneas, questioná-las, traçar caminhos e modos de enfrentar os problemas do cotidiano. O jeito de educar fundamenta-se em uma formação integral. Investe na reflexão, no protagonismo social e na valorização do ser humano.

Presença Marista na Educação Superior

O papel das universidades e faculdades que fazem parte do Brasil Marista é de ofertar à sociedade, por meio do ensino, pesquisa e extensão, cidadãos profissionalmente capacitados que sejam comprometidos com o desenvolvimento econômico e social do país e possuam como valor a ética fundamentada no cristianismo e nos princípios maristas.

- **Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR)**: atende a mais de 35 mil alunos, oferecendo 63 cursos de graduação, 14 programas de Pós-Graduação Stricto Sensu e mais de 250 cursos de Pós-Graduação Lato Sensu, distribuídos em cinco campi.
- **Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS):** possui cerca de 30 mil alunos, mais de 146 mil diplomados, 66 opções de cursos de graduação, 24 de mestrado, 21 de doutorado e mais de 100 especializações.
- **Faculdade Marista Recife:** oferece quatro cursos de graduação: Sistemas para Internet, Direito, Gestão de Recursos Humanos e Administração e cursos de pós-graduação.
- **Faculdade Católica do Ceará:** oferece quatro cursos de graduação: Design de Moda, Publicidade e Propaganda, Educação Física – Bacharelado e Educação - Licenciatura.
- **Universidade Católica de Brasília** (incluindo o Centro Universitário do Leste de Minas e a Faculdade Católica do Tocantins): parceria educacional com outras congregações religiosas – Província Lassalista de Porto Alegre; Província São José da Congregação dos Sagrados Estigmas de Nosso Senhor Jesus Cristo; Inspetoria São João Bosco; Inspetoria Madre Mazzarello; e Diocese de Itabira/Coronel Fabriciano (MG).
- **Centro Universitário – Católica de Santa Catarina:** com *campi* em Joinville e Jaraguá do Sul, oferece 27 cursos de graduação e 19 cursos de especialização.

União Marista do Brasil (UMBRASIL)

A União Marista do Brasil (UMBRASIL), criada em 2005 e sediada em Brasília (DF), é a associação das Províncias e de suas Mantenedoras que representam o universo do Brasil Marista. É uma organização jurídica de direito privado, sem fins lucrativos que, baseada nos princípios e valores cristãos, representa, articula e potencializa a presença e ação maristas no Brasil.

A UMBRASIL também participa efetivamente do monitoramento das políticas públicas, por meio da representatividade em conselhos e fóruns nas áreas do direito da criança e do adolescente, da educação, da assistência social, da juventude, da economia solidária e outras de sua atuação, na busca por transformações significativas e duradouras para as infâncias e juventudes.

Abrangência

Considerando as áreas de atuação do Brasil Marista e a ação de seus protagonistas, a UMBRASIL:

- Promove e fomenta ações no âmbito da assistência social, da educação, do ensino, da pesquisa, da cultura, do meio ambiente, da saúde, da comunicação social, da formação humana, da promoção e da proteção dos direitos humanos das infâncias, adolescências e juventudes, em âmbito nacional e internacional, por meio da articulação para o monitoramento da Convenção sobre os Direitos da Criança da Organização das Nações Unidas (ONU).
- Potencializa a união e a articulação de suas Associadas.
- Representa legal e oficialmente suas Associadas, junto aos poderes constituídos da nação, aos órgãos públicos e às organizações privadas nacionais e internacionais.
- Contribui para a formação de lideranças a serviço da Missão Marista.
- Incide politicamente nas diversas instâncias, em articulação com a Sociedade Civil e com o Poder Público.

A UMBRASIL acredita que pela educação, evangelização, promoção e garantia dos direitos é possível transformar a realidade, sendo fiel à missão herdada de São Marcelino Champagnat na formação de bons cristãos e virtuosos cidadãos.

EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM)

O ENEM foi criado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), sob a supervisão do Ministério da Educação (MEC), em 1998, para avaliar o desempenho dos jovens ao término da escolaridade básica. Aplicado anualmente aos estudantes concluintes e aos egressos do Ensino Médio, desde a primeira edição, o exame é organizado a partir de uma Matriz de Referência baseada em competências e habilidades. Em 2009, o ENEM foi reformulado visando à democratização das oportunidades de concorrência às vagas federais de Ensino Superior e à reestruturação dos currículos do Ensino Médio.

A Matriz constitui também referência para as análises de desempenho, pois orienta a avaliação dos graus de desenvolvimento das habilidades pelos estudantes avaliados, além de dar uma visão ampla do perfil que se deseja selecionar para as etapas seguintes de estudo.

As provas do novo ENEM são avaliações compostas por uma parte objetiva e uma redação, pois os organizadores do exame assumem o pressuposto de que os conhecimentos adquiridos ao longo da escolarização deveriam possibilitar ao jovem: o domínio das diferentes formas de linguagens, a compreensão dos fenômenos, a capacidade de enfrentamento de problemas, a construção de argumentação consistente e a elaboração de propostas de intervenção responsáveis e bem fundamentadas. Esses são os eixos cognitivos básicos que têm como intenção habilitar todos a enfrentarem melhor o mundo que os cerca, com todas as suas responsabilidades e seus desafios.

A partir da edição de 2009, a prova assumiu um novo formato. Passou de **63 para 180 questões, agrupadas em quatro áreas de conhecimento: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias.**

No primeiro dia de prova, serão realizadas as provas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias, compostas de 45 questões objetivas, em cada uma delas, com duração total de 4 horas e 30 minutos. No segundo, serão realizadas as provas de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, também compostas de 45 questões objetivas cada, e uma redação, com duração total de 5 horas e 30 minutos.

Baseadas na Matriz do ENEM, as questões que compõem as provas são chamadas de itens e estão fundamentadas na interdisciplinaridade e contextualização dos conhecimentos, o que possibilita superar a mera reprodução de conteúdos isolados. Para cada uma das áreas, organizou-se um conjunto de competências, que estabelecem as ações ou operações que descrevem performances a serem avaliadas na prova. O desdobramento das competências em habilidades mais específicas resulta da associação de conteúdos gerais aos cinco eixos cognitivos, totalizando assim 30 habilidades para cada uma das áreas, totalizando 120 habilidades.

A correção das provas objetivas gera quatro proficiências. Cada uma delas baseada nas respostas dadas aos 45 itens de cada prova. Nesse processo é utilizado o modelo matemático estatístico da Teoria da Resposta ao Item **(Ver Anexo 1)**. São quatro escalas distintas, uma para cada área do conhecimento. Assim, os resultados das provas de áreas diferentes não são comparáveis. O resultado da prova do ENEM traz cinco notas: uma para cada área de conhecimento avaliada e a nota da redação. Não existe uma média global de desempenho e as médias são apresentadas separadamente. A nota do ENEM em cada área não representa a proporção de questões que o estudante acertou na prova.

As situações de avaliação são estruturadas de modo a verificar se o estudante é capaz de ler e interpretar textos em diversas formas de linguagem, identificando e selecionando informações, inferindo contextos, propondo soluções e intervenções lúcidas e fundamentadas numa vida ética e produtiva, visando ao bem-estar coletivo, exigindo uma base sólida em domínios-chave.

Como o desenvolvimento de competências é um processo contínuo, busca-se estabelecer graus de desenvolvimento no momento em que a avaliação é feita. A partir da análise das provas constrói-se a escala de proficiência que estabelece os níveis de desenvolvimento que organizam os resultados dos participantes.

Após a divulgação dos resultados do ENEM, os participantes contam com uma certificação que serve a diferentes finalidades:

- permite o acesso ao Ensino Superior ou em diferentes processos de seleção do mundo do trabalho;
- serve como vantagem competitiva em programas governamentais de intercâmbio, como o *Ciência sem Fronteiras*;
- permite um destaque em processos de seleção de estagiários, que podem ingressar no ProUni (Programa Universidade para Todos), o qual oferece bolsas de estudo para estudantes com renda familiar *per capita* de até três salários mínimos –, uma vez que a nota do ENEM é utilizada como critério de seleção dos estudantes;
- é obrigatório para ingresso no Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior (Fies).

ANÁLISE DAS COMPETÊNCIAS DA ÁREA MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Uma das características marcantes do trabalho por competências é o caráter interdisciplinar e contextualizado nas experiências do dia a dia, que favorecem as aprendizagens dos estudantes. Para auxiliar a comunidade educativa nesse modo de conceber o ensino e a aprendizagem, compreendendo as relações entre os componentes curriculares, apresentamos as exigências de cada competência da Área de Matemática e suas Tecnologias.

Competência 01

Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

Habilidades associadas: H1, H2, H3, H4 e H5.

Para ser capaz de construir significado de números, você precisa entender a relação deles com os contextos históricos e sociais, suas necessidades da época e o porquê de terem sidos criados. Observe que esses diferentes tipos de números têm relação com as situações-problema.

Há situações que podem ser descritas usando os números naturais como, por exemplo, contar a quantidade de elementos de um conjunto ou construção de um código de acesso. Porém, outras situações demandam o uso de outros tipos de números: temperaturas, taxa de crescimento de uma população, rendimento de poupança, medida de área, etc.

Observe que a Matemática, por meio de seus diferentes tipos de números e suas operações, possibilita-nos ampliar a nossa compreensão a respeito dos diversos contextos e, consequentemente, formularmos propostas de intervenção na realidade com maior possibilidade de êxito.

Competência 02

Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

Habilidades associadas: H6, H7, H8 e H9.

Em virtude dessa competência ter um foco na utilização do conhecimento geométrico para realizar ou ampliar a leitura do mundo físico, vale a pena destacar que o construção desse conhecimento geométrico é uma via de mão dupla, pois analisamos a natureza para criar argumentos e conhecimentos.

Podemos perceber no cenário que nos cerca elementos que herdamos da própria natureza e outros que são construídos pelos homens. Muitos desses elementos presentes

no mundo físico podem ser descritos por meio da linguagem geométrica. As características das figuras planas ou espaciais nos possibilita ampliar a nossa compreensão da realidade, pois nos fornecem um modelo com razoável aproximação do mundo físico. Isso traz uma enorme vantagem para a nossa vida, uma vez que podemos planejar a construção de pontes, prédios; estimar o tamanho de um pico (Everest); localizar objetos e pessoas em qualquer ponto da Terra; obter distâncias inacessíveis (Terra à Lua), etc.; sem ter que fazê-las ou obtê-las diretamente.

Um dos mais belos exemplos de que as propriedades geométricas nos possibilita ampliar o nosso conhecimento acerca do mundo físico foi dado por Eratóstenes, no século III a.C., ao medir a circunferência da Terra.

Competência 03

Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Habilidades associadas: H10, H11, H12, H13 e H14.

Compreender os aspectos históricos, envolvendo grandezas e medidas, possibilitará entender a importância da matemática para a organização da vida em sociedade e as soluções dos problemas que exigiram e exigem as ferramentas matemáticas nos mais variados períodos da nossa história.

Por meio das grandezas (distâncias, ângulos, tempo, temperatura, área, comprimento, etc.) e suas unidades de medidas (kms, graus, horas), você ampliará a compreensão da realidade. Com isso, você poderá avaliar melhor a realidade e, consequentemente, propor melhores soluções para os problemas que nos cercam. É importante perceber que as noções de grandezas e medidas demandam uma compreensão de outros significados matemáticos como, por exemplo, estimativas, proporcionalidade, medida, padronização das medidas.

Competência 04

Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Habilidades associadas: H15, H16, H17 e H18.

Ao estudar grandezas observe que, muitas vezes, uma está relacionada com outra como, por exemplo, quantidade de combustível e valor a ser pago, ou, velocidade e tempo. Essa relação pode ser diretamente ou inversamente proporcional. Além disso, você precisa também identificar entre as duas variáveis qual é a dependente e qual a independente. Veja que, no caso de abastecimento de um veículo, o valor (variável dependente) a ser pago depende da quantidade de combustível (variável independente).

Os problemas envolvendo a variação de grandezas estão presentes nos mais variados contextos (físico, econômico, geográfico, etc.), muitos deles, em problemas cotidianos. No entanto, cuide, pois nem sempre as variáveis estão numa relação de dependência e isso

pode gerar interpretações equivocadas como é o caso do crescimento de um indivíduo e o tempo necessário. De posse dessas ferramentas você conseguirá propor soluções e tomar decisões mais acertadas.

Competência 05

Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

Habilidades associadas: H19, H20, H21, H22 e H23.

Observe que as variáveis (por exemplo, distância e tempo) podem ser relacionadas entre si por meio de uma relação matemática. Essa relação de dependência ($y = f(x)$) favorece o entendimento do comportamento de uma quando a outra varia. A representação algébrica possibilita registrar um modelo para uma situação específica, facilitando a resolução de futuras informações.

Isso acontece, por exemplo, para entender o comportamento de um valor monetário aplicado ao longo do tempo.

Essa relação de dependência entre as variáveis também pode ser expressa por meio da linguagem gráfica.

Os gráficos nos possibilitam ampliar o nosso entendimento dos fenômenos, pois os tornam mais "visíveis" e, além disso, é mais rápido de observar os seus comportamentos e compreender como as variáveis se comportam uma em relação à outra. Cada curva (reta, parábola, exponencial, logarítmica, trigonométrica) está relacionada com a natureza do comportamento do fenômeno (as curvas logarítmicas expressam os abalos sísmicos). Tanto a linguagem algébrica como a gráfica se complementam, ampliam a nossa compreensão acerca dos diferentes fenômenos.

Competência 06

Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

Habilidades associadas: H24, H25 e H26.

As informações de problemas de diferentes naturezas (científica, social), muitas vezes são apresentadas por meio de gráficos e/ou tabelas (geralmente um texto escrito complementa as informações). Por meio desses dados apresentados, você poderá fazer previsões e interpretá-las, observando a coerência da proposta. Para isso, será necessário cruzar informações entre as tabelas e gráficos, uma vez que elas se complementam.

É importante considerar as diferenças gráficas em que as informações são apresentadas (linha, coluna, setor, dispersão, etc.), pois elas trazem em si mesmas informações relevantes. Por isso, torna-se importante você conhecer como os diferentes tipos de gráficos são construídos a partir do rol da amostragem.

Competência 07

Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

Habilidades associadas: H27, H28, H29 e H30.

Os dados recolhidos de uma amostra podem ser "tratados" estatisticamente por meio das ferramentas matemáticas. Isso possibilita uma melhor compreensão de determinados acontecimentos. A partir da organização de um rol de elementos em tabelas e, utilizando conceitos e ferramentas matemáticas, você poderá fazer inferências sobre o fenômeno em estudo. O cálculo da média, da mediana, da moda, bem como saber quão dispersos (distantes) estão os valores da amostra em relação a média do conjunto dos elementos, possibilita ampliar a compreensão sobre o fenômeno em estudo e realizar um prognóstico mais adequado.

Já que não conseguimos controlar o acaso, utilizamos a probabilidade como medida da possibilidade de ocorrência de um determinado fato. Todas as vezes que nos deparamos com um acontecimento ainda não consumado, ou cuja realização esteja fora de nossa influência, interessa-nos fazer a estimativa de probabilidade para formularmos propostas de intervenção na realidade a partir de modelos matemáticos.

O COMPONENTE CURRICULAR MATEMÁTICA

Segundo os PCN + Ensino Médio, "a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. Nessa etapa da escolaridade, portanto, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza. Enquanto ciência, sua dimensão histórica e sua estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas ampliam e aprofundam o espaço de conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas inter-relações com outras áreas do saber. Nesse caso, é necessário também dominar códigos e nomenclaturas da linguagem matemática, compreender e interpretar desenhos e gráficos e relacioná-los à linguagem discursiva. Além disso, o aluno precisa analisar e compreender a situação por inteiro, decidir sobre a melhor estratégia para resolvê-la, tomar decisões, argumentar, se expressar e fazer registros."

Ressalta-se, ademais, que a "resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios." (PCN + Ensino Médio Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais).

A Matemática também é considerada uma das ciências mais aplicadas ao cotidiano e seus princípios e postulados são utilizados em diversas situações do nosso dia a dia para solução de questões práticas e também para compreender fatos e fenômenos sociais e naturais. Possui uma estreita relação com as outras ciências, que buscam nos fundamentos matemáticos explicações para suas teorias.

Temas ligados à Química, Física, Biologia, Administração, Contabilidade, Economia, Finanças, entre outras áreas do conhecimento, se utilizam das bases matemáticas para subsidiarem suas pesquisas e na formulação de seus princípios e postulados.

Segundo as Matrizes Curriculares do Brasil Marista, a Matemática: "Presente em nossa cultura por meio da contagem, das medições e suas técnicas, da estatística, da probabilidade, das diferentes geometrias, na economia, nas artes, nas mídias, entre outros, o conhecimento matemático não está restrito às exigências das aplicações no cotidiano e tampouco às questões empíricas das outras áreas; é um conhecimento que tem estrutura e linguagem próprias. É importante considerar que, ao transcender a utilidade imediata, criam-se sistemas e padrões abstratos, e que a linguagem matemática como um conjunto de símbolos e códigos com sintaxe e semântica próprias traduz os padrões presentes em situações e fenômenos, de forma clara e exata".

Demarcada como área do conhecimento, a Matemática apresenta, conforme aponta Maria Alice Gravina (1998), duas características distintas que permanecem em constante relação:

- é ferramenta para o entendimento de problemas nas mais variadas áreas do conhecimento. Fórmulas, teoremas e, mais geralmente, teorias matemáticas são usadas na resolução de problemas práticos e na explicação de fenômenos nas mais variadas áreas do conhecimento. Nesse sentido, o aspecto importante é a aplicabilidade da Matemática.
- é desenvolvimento de conceitos e teoremas que vão constituir uma estrutura matemática. O objetivo é a descoberta de regularidades e de invariantes, cuja evidência se estabelece pela demonstração baseada no raciocínio lógico e mediada tão somente pelos axiomas de fundamentação da estrutura e teoremas já destes deduzidos. É investigação no plano puramente matemático.

Em relação ao ENEM 2013, a prova de **Matemática e suas Tecnologias** será aplicada no dia 27 de outubro de 2013, juntamente com a prova de Linguagens e suas Tecnologias e a Redação.

Serão **45 questões objetivas**, que envolverão conhecimentos numéricos, geométricos, algébricos, algébricos/geométricos e de estatística e probabilidade, de acordo com o programa curricular oficial do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Ressalta-se, entretanto, que além do domínio da Álgebra, Geometria e demais conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, a prova de Matemática do Enem exige **capacidade de interpretação**. Nesse sentido, textos verbais e não verbais, tais como gráficos, tabelas, imagens e outros recursos textuais são utilizados nas questões e a interpretação correta dos mesmos é fundamental à resolução dos problemas. Ressalta-se, portanto, a importância da leitura sobre temas variados presentes no debate da sociedade contemporânea; bem como a busca de informação atualizada e de fontes confiáveis sobre o que acontece no Brasil e no mundo valem também para resolver questões de Matemática.

O conteúdo da prova de Matemática do Enem, publicado pelo MEC Edital do Enem 2013 é o seguinte:

Matemática e suas Tecnologias

- **Conhecimentos numéricos** – operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.
- **Conhecimentos geométricos** – características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.
- **Conhecimentos de estatística e probabilidade** – representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.

- **Conhecimentos algébricos** – gráficos e funções; funções algébricas do 1º e do 2º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.
- **Conhecimentos algébricos/geométricos** – plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

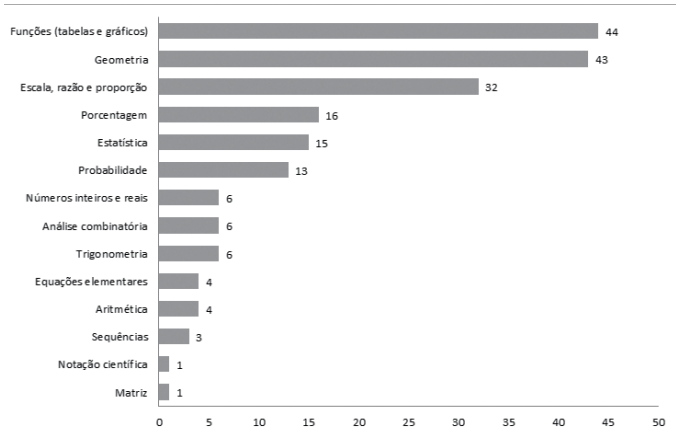
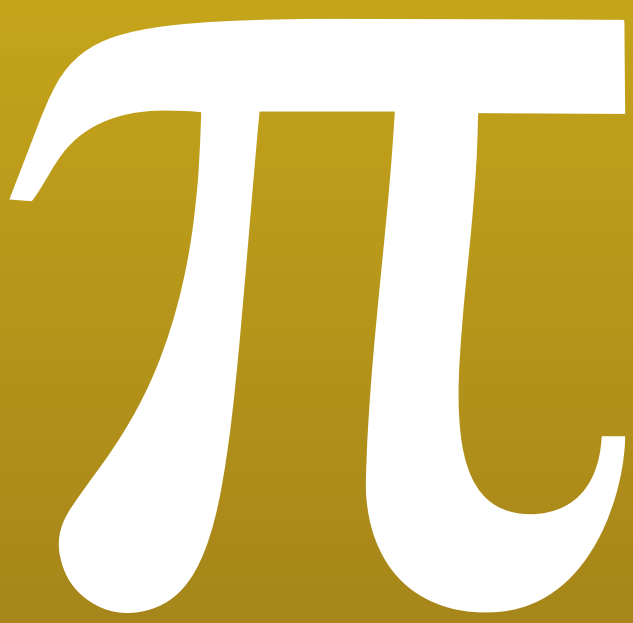


Gráfico 1. Distribuição das questões de acordo com os blocos de conhecimentos.

CADERNO DE EXERCÍCIOS



O Caderno de Exercícios foi organizado levando em consideração as competências, as habilidades e os conteúdos relacionados a partir de uma análise feita pelos organizadores desse material. Ressalta-se que foi um recurso didático utilizado pelos educadores para que os estudantes possam construir a noção de como esses três elementos estão integrados na Prova do ENEM. As questões aqui apresentadas são oriundas das provas do ENEM (2009 – 2012).

Competência de área 1 – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.

1 – (ENEM, 2011) O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido por "relógio de luz", é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:

Disponível em: http://www.enersul.com.br.
Acesso em: 26 abr. 2010.

A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por 4 algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro.

O número obtido pela leitura em kWh, na imagem, é

A. 2.614.

B. 3.624.

C. 2.715

D. 3.725.

E. 4.162.

Cálculos

2 – (ENEM, 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.

Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há

A. 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

B. 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

C. 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

D. 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

E. 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

3 – (ENEM, 2012) João decidiu contratar os serviços de uma empresa por telefone através do Serviço de Atendimento ao Consumidor (SAC). O atendente ditou para João o número de protocolo de atendimento da ligação e pediu que ele anotasse. Entretanto, João não entendeu um dos algarismos ditados pelo atendente e anotou o número 1 3 __ 9 8 2 0 7, sendo que o espaço vazio é o do algarismo que João não entendeu.

De acordo com essas informações, a posição ocupada pelo algarismo que falta no número de protocolo é a de

A. centena.

B. dezena de milhar.

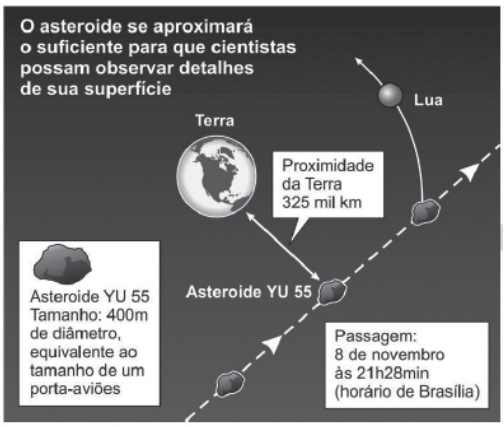
C. centena de milhar.

D. milhão.

E. centena de milhão.

Cálculos

4 – (ENEM, 2012) A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.



Disponível em: http://noticias.terra.com.br (adaptado).

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a

A. A. $3{,}25 \times 10^2$ km.

B. B. $3{,}25 \times 10^3$ km.

C. C. $3{,}25 \times 10^4$ km.

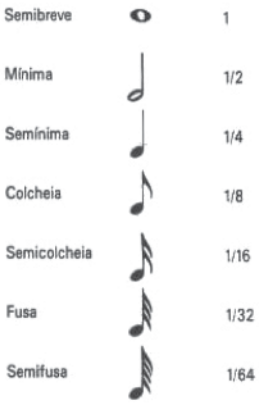
D. D. $3{,}25 \times 10^5$ km.

E. E. $3{,}25 \times 10^6$ km.

Cálculos

H2 – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

1 – (ENEM, 2009) A Música e a Matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.



Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for 1/2, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras. Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é 3/4, poderia ser preenchido com

A. 24 fusas.
B. 3 semínimas.
C. 8 semínimas.
D. 24 colcheias e 12 semínimas.
E. 16 semínimas e 8 semicolcheias.

Cálculos

2 – (ENEM, 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.

Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

A. 38.000.

B. 40.500.

C. 41.000.

D. 42.000.

E. 48.000.

3 – (ENEM, 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e em nenhum deles apareceram dígitos pares.

Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75.913 é

A. 24.

B. 31.

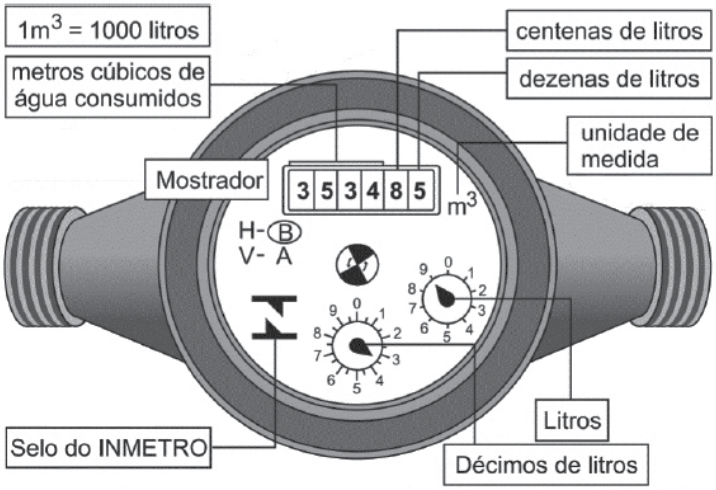
C. 32.

D. 88.

E. 89.

Cálculos

4 – (ENEM, 2012) Os hidrômetros são marcadores de consumo de água em residências e estabelecimentos comerciais. Existem vários modelos de mostradores de hidrômetros, sendo que alguns deles possuem uma combinação de um mostrador e dois relógios de ponteiro. O número formado pelos quatro primeiros algarismos do mostrador fornece o consumo em m^3, e os dois últimos algarismos representam, respectivamente, as centenas e dezenas de litros de água consumidos. Um dos relógios de ponteiros indica a quantidade em litros, e o outro em décimos de litros, conforme ilustrados na figura a seguir.



Disponível em: www.aguasdearacoiaba.com.br (adaptado).

Considerando as informações indicadas na figura, o consumo total de água registrado nesse hidrômetro, em litros, é igual a

A. 3.534,85.

B. 3.544,20.

C. 3.534.850,00.

D. 3.534.859,35.

E. 3.534.850,39.

Cálculos

5 – (ENEM, 2012) Um maquinista de trem ganha R$ 100,00 por viagem e só pode viajar a cada 4 dias. Ele ganha somente se fizer a viagem e sabe que estará de férias de 1º a 10 de junho, quando não poderá viajar. Sua primeira viagem ocorreu no dia primeiro de janeiro. Considere que o ano tem 365 dias.

Se o maquinista quiser ganhar o máximo possível, quantas viagens precisará fazer?

A. 37.

B. 51.

C. 88.

D. 89.

E. 91.

6 – (ENEM, 2012) O designer português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem estar associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

Folha de S. Paulo. **Disponível em:** <www1.folha.uol.com.br>.
Acesso em: 18 fev. 2012 [adaptado].

De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?

A. 14.

B. 18.

C. 20.

D. 21.

E. 23.

Cálculos

H3 – Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

1 – (ENEM, 2009) Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las. Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 cm^3, então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a

A. 4.

B. 8.

C. 16.

D. 24.

E. 32.

2 – (ENEM, 2009) Para cada indivíduo, a sua inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas (CPF) é composto por um número de 9 algarismos e outro número de 2 algarismos, na forma d_1d_2, em que os dígitos d_1 e d_2 são denominados dígitos verificadores. Os dígitos verificadores são calculados, a partir da esquerda, da seguinte maneira: os 9 primeiros algarismos são multiplicados pela sequência 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 (o primeiro por 10, o segundo por 9, e assim sucessivamente); em seguida, calcula-se o resto *r* da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11, e se esse resto *r* for 0 ou 1, d_1 é zero, caso contrário $d_1 = (11 - r)$. O dígito d_2 é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência dada são contados a partir do segundo algarismo, sendo d_1 o último algarismo, isto é, d_2 é zero se o resto *s* da divisão por 11 das somas das multiplicações for 0 ou 1, caso contrário, $d_2 = (11 - s)$.

Suponha que João tenha perdido seus documentos, inclusive o cartão de CPF e, ao dar queixa da perda na delegacia, não conseguisse lembrar quais eram os dígitos verificadores, recordando-se apenas que os nove primeiros algarismos eram 123.456.789. Neste caso, os dígitos verificadores d_1 e d_2 esquecidos são, respectivamente,

A. 0 e 9.

B. 1 e 4.

C. 1 e 7.

D. 9 e 1.

E. 0 e 1.

Cálculos

3 – (ENEM, 2009) Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodiesel ao óleo diesel comercializado nos postos. A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodiesel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodiesel, bem como possibilita a redução da importação de diesel de petróleo.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br
Acesso em: 12 jul. 2009 [adaptado].

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodiesel ao diesel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodiesel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final diesel/biodiesel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodiesel com a adição de 3%?

A. 27,75 milhões de litros.
B. 37,00 milhões de litros.
C. 231,25 milhões de litros.
D. 693,75 milhões de litros.
E. 888,00 milhões de litros.

4 – (ENEM, 2010) A loja Telas & Molduras cobra R$ 20,00 por metro quadrado de tela, R$ 15,00 por metro linear de moldura, mais uma taxa fixa de entrega de R$ 10,00. Uma artista plástica precisa encomendar telas e molduras a essa loja, suficientes para 8 quadros retangulares (25 cm × 50 cm). Em seguida, fez uma segunda encomenda, agora para 8 quadros retangulares (50 cm × 100 cm). O valor da segunda encomenda será

A. o dobro do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
B. maior do que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.
C. a metade do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
D. menor do que o valor da primeira encomenda, mas não a metade.
E. igual ao valor da primeira encomenda, porque o custo de entrega será o mesmo.

Cálculos

5 – (ENEM, 2011) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido. Depois desses dois meses resolveu tirar o montante de R$ 3.800,00 gerado pela aplicação.

A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de

A. R$ 4.222,22.

B. R$ 4.523,80.

C. R$ 5.000,00.

D. R$ 13.300,00.

E. R$ 17.100,00.

6 – (ENEM, 2011) Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km² de área. Quando não chove, o homem do sertão e sua família precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.

Disponível em: http://www.wwf.org.br.
Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo este levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km², é de

A. 250.

B. 25.

C. 2,5.

D. 0,25.

E. 0,025

Cálculos

7 – (ENEM, 2012) Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.

A quantidade de cartas que forma o monte é

A. 21.

B. 24.

C. 26.

D. 28.

E. 31.

H4 – Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

1 – (ENEM, 2009) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00.

De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

A. R$ 14,00.

B. R$ 17,00.

C. R$ 22,00.

D. R$ 32,00.

E. R$ 57,00.

Cálculos

2 – (ENEM, 2010) Um satélite de telecomunicações, *t* minutos após ter atingido sua órbita, está a *r* quilômetros de distância do centro da Terra. Quando *r* assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o apogeu e o perigeu, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de *r* em função de *t* seja dado por

$$r(t) = \frac{5\,865}{1+0{,}15 \times \cos(0{,}06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de *r*, no apogeu e no perigeu, representada por *S*. O cientista deveria concluir que, periodicamente, *S* atinge o valor de

A. 12.765 km.

B. 12.000 km.

C. 11.730 km.

D. 10.965 km.

E. 5.865 km.

3 – (ENEM, 2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (Certificado de Depósito Bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

A. a poupança, pois totalizará um montante de R$ 502,80.

B. a poupança, pois totalizará um montante de R$ 500,56.

C. o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,38.

D. o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21.

E. o CDB, pois totalizará um montante de R$ 500,87.

H5 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

1 – (ENEM, 2011) O dono de uma oficina mecânica precisa de um pistão das partes de um motor, de 68 mm de diâmetro, para o conserto de um carro. Para conseguir um, esse dono vai até um ferro-velho e lá encontra pistões com diâmetros iguais a 68,21 mm; 68,102 mm; 68,001 mm; 68,02 mm e 68,012 mm. Para colocar o pistão no motor que está sendo consertado, o dono da oficina terá de adquirir aquele que tenha o diâmetro mais próximo do que precisa.

Nessa condição, o dono da oficina deverá comprar o pistão de diâmetro

A. 68,21 mm.

B. 68,102 mm.

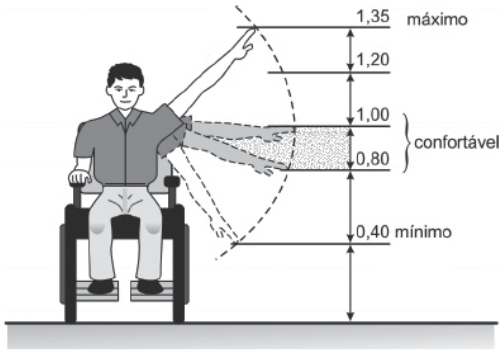
C. 68,02 mm.

D. 68,012 mm.

E. 68,001 mm.

Cálculos

2 – (ENEM, 2012) Num projeto da parte elétrica de um edifício residencial a ser construído, consta que as tomadas deverão ser colocadas a 0,20 m acima do piso, enquanto os interruptores de luz deverão ser colocados a 1,47 m acima do piso. Um cadeirante, potencial comprador de um apartamento desse edifício, ao ver tais medidas, alerta para o fato de que elas não contemplarão suas necessidades. Os referenciais de alturas (em metros) para atividades que não exigem o uso de força são mostrados na figura seguinte.



Uma proposta substitutiva, relativa às alturas de tomadas e interruptores, respectivamente, que atenderá àquele potencial comprador é

A. 0,20 m e 1,45 m.

B. 0,20 m e 1,40 m.

C. 0,25 m e 1,35 m.

D. 0,25 m e 1,30 m.

E. 0,45 m e 1,20 m.

Cálculos

Competência de área 2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

1 – (ENEM, 2009) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é

A. 1,16 metros.

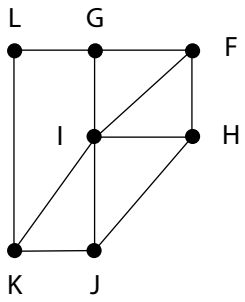
B. 3,0 metros.

C. 5,4 metros.

D. 5,6 metros.

E. 7,04 metros.

2 – (ENEM, 2011) Um técnico em refrigeração precisa revisar todos os pontos de saída de ar de um escritório com várias salas. Na imagem apresentada, cada ponto indicado por uma letra é a saída do ar, e os segmentos são as tubulações.



Iniciando a revisão pelo ponto *K* e terminando em *F*, sem passar mais de uma vez por cada ponto, o caminho será passando pelos pontos

A. K, I e F.

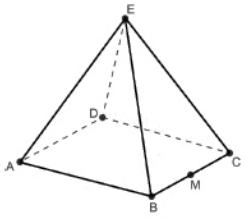
B. K, J, I, G, L e F.

C. K, L, G, I, J, H e F.

D. K, J, H, I, G, L e F.

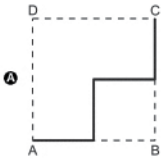
E. K, L, G, I, H, J e F

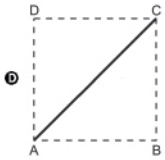
3 – (ENEM, 2012) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

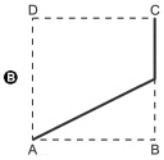


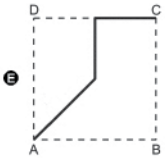
O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto *A* ao ponto *E*, a seguir do ponto *E* ao ponto *M*, e depois de *M* a *C*.

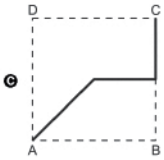
O desenho que Bruno deve fazer é

A)


D)


B)


E)


C)


Cálculos

4 – (ENEM, 2012) O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte e, na Figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.

Figura 1

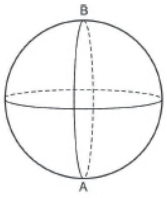


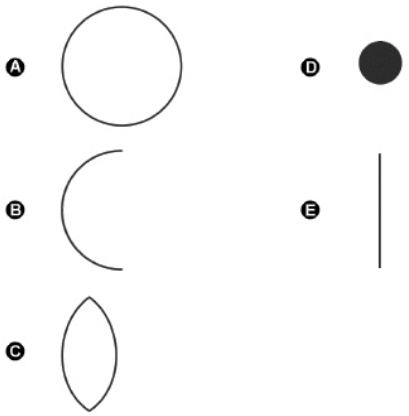
Figura 2

Na Figura 2, o ponto *A* está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento *AB* passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto *B* e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos *A* e *B*.

Disponível em: <www.baixaki.com.br>.

Acesso em: 29 fev. 2012.

A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é melhor representada por



Cálculos

H7 – Identificar características de figuras planas ou espaciais.

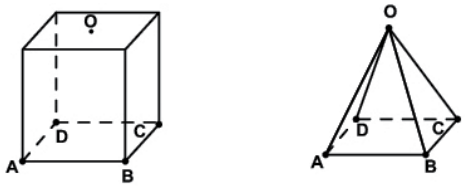
1 – (ENEM, 2011) A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.

Disponível em: <http://mdmat.psico.ufrgs.br>.
Acesso em: 1 mai. 2010.

Essa figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

A. pirâmide.
B. semiesfera.
C. cilindro.
D. tronco de cone.
E. cone.

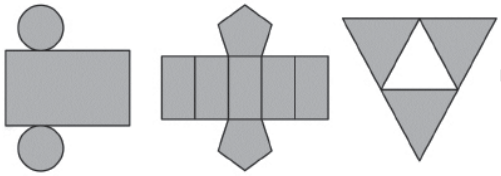
2 – (ENEM, 2011) Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem a forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original (cubo) e a pirâmide obtida a partir dele.



Os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *O* do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto *O* é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de *O* em direção às arestas *AD*, *BC*, *AB* e *CD*, nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos. Os formatos dos sólidos descartados são

A. todos iguais.
B. todos diferentes.
C. três iguais e um diferente.
D. apenas dois iguais.
E. iguais dois a dois.

3 – (ENEM, 2012) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

A. Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.

B. Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.

C. Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.

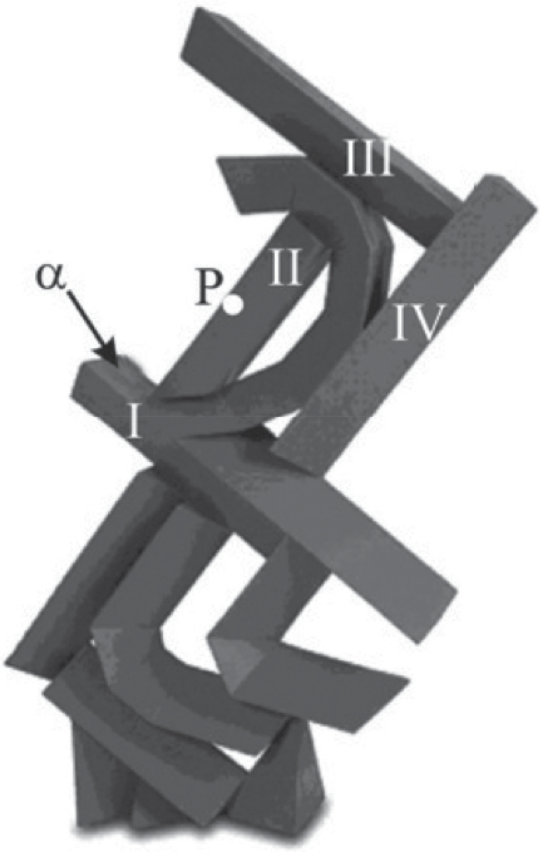
D. Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.

E. Cilindro, prisma e tronco de cone.

Cálculos

H8 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

1 – (ENEM, 2009) Suponha que, na escultura do artista Emanoel Araújo, mostrada na figura a seguir, todos os prismas numerados em algarismos romanos são retos, com bases triangulares, e que as faces laterais do poliedro *II* são perpendiculares à sua própria face superior, que, por sua vez, é um triângulo congruente ao triângulo base dos prismas. Além disso, considere que os prismas *I* e *III* são perpendiculares ao prisma *IV* e ao poliedro *II*.



Disponível em: <www.escritosriodearte.com.br>.
Acesso em: 28 jul. 2009.

Imagine um plano paralelo à face α do prisma *I*, mas que passe pelo ponto *P* pertencente à aresta do poliedro *II*, indicado na figura. A interseção desse plano imaginário com a escultura contém

A. dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.
B. dois retângulos congruentes e com lados correspondentes paralelos.
C. dois trapézios congruentes com lados correspondentes perpendiculares.
D. dois paralelogramos congruentes com lados correspondentes paralelos.
E. dois quadriláteros congruentes com lados correspondentes perpendiculares.

2 – (ENEM, 2010) Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura. Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a

A. 5 cm.

B. 6 cm.

C. 12 cm.

D. 24 cm.

E. 25 cm.

Cálculos

3 – (ENEM, 2010) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.

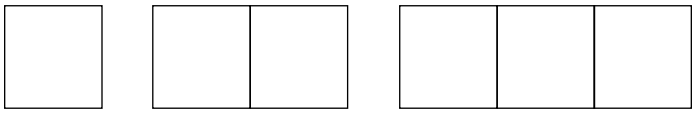


Figura I Figura II Figura III

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

A. $C = 4Q$

B. $C = 3Q + 1$

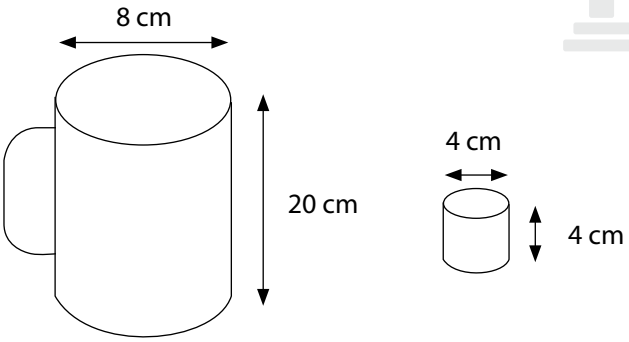
C. $C = 4Q - 1$

D. $C = Q + 3$

E. $C = 4Q - 2$

Cálculos

4 – (ENEM, 2010) Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir às vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

A. encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

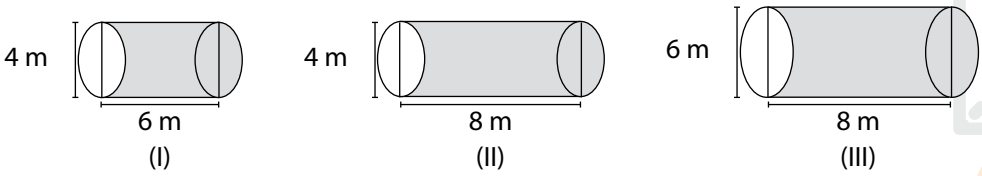
B. encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

C. encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

D. encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

E. encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

5 – (ENEM, 2010) Uma empresa vende tanques de combustíveis de formato cilíndrico, em três tamanhos, com medidas indicadas nas figuras. O preço do tanque é diretamente proporcional à medida da área da superfície lateral do tanque. O dono de um posto de combustível deseja encomendar um tanque com menor custo por metro cúbico de capacidade de armazenamento.



Qual dos tanques deverá ser escolhido pelo dono do posto? (Considere $\pi \equiv 3$).

A. I, pela relação área/capacidade de armazenamento de 1/3.

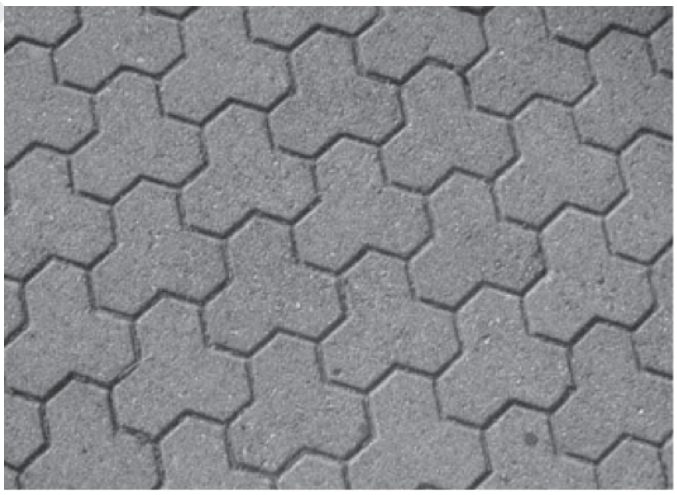
B. I, pela relação área/capacidade de armazenamento de 4/3.

C. II, pela relação área/capacidade de armazenamento de 3/4.

D. III, pela relação área/capacidade de armazenamento de 2/3.

E. III, pela relação área/capacidade de armazenamento de 7/12.

6 – (ENEM, 2011)



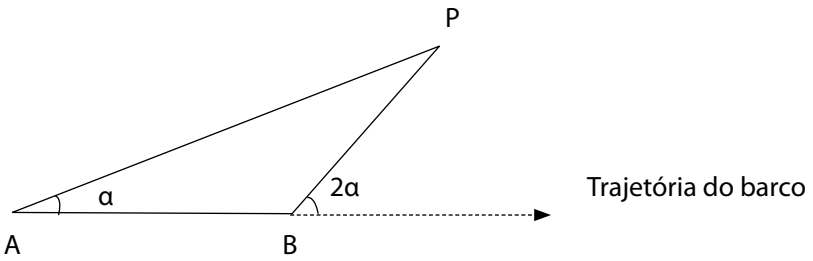
Disponível em: <http://www.diaadia.pr.gov.br>.
Acesso em: 28 abr. 2010.

O polígono que dá forma a essa calçada é invariante por rotações, em torno de seu centro, de

A. 45°.
B. 60°.
C. 90°.
D. 120°.
E. 180°.

Cálculos

7 – (ENEM, 2011) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto *A*, mediu o ângulo visual *a* fazendo mira em um ponto fixo *P* da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto *B* de modo que fosse possível ver o mesmo ponto *P* da praia, no entanto, sob um ângulo visual *2a*. A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo α= 30° e, ao chegar ao ponto *B*, verificou que o barco havia percorrido a distância *AB = 2 000 m*. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo *P* será

A. 1.000 m.

B. $1.000\sqrt{3}$ m.

C. $2.000\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.

D. 2.000 m.

E. $2.000\sqrt{3}$ m.

Cálculos

H9 – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

1 – (ENEM, 2009) As figuras a seguir exibem um trecho de um quebra-cabeças que está sendo montado. Observe que as peças são quadradas e há 8 peças no tabuleiro da figura *A* e 8 peças no tabuleiro da figura *B*. As peças são retiradas do tabuleiro da figura *B* e colocadas no tabuleiro da figura *A* na posição correta, isto é, de modo a completar os desenhos.

Figura A

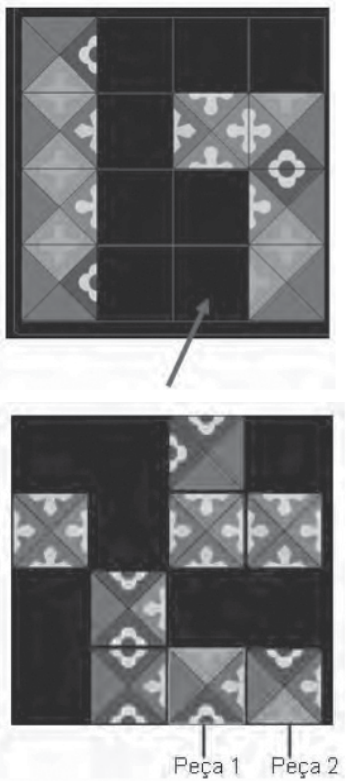


Figura B

Disponível em: <http://pt.eternityii.com>.
Acesso em: 14 jul. 2009.

É possível preencher corretamente o espaço indicado pela seta no tabuleiro da figura *A* colocando a peça

A. 1 após girá-la 90° no sentido horário.

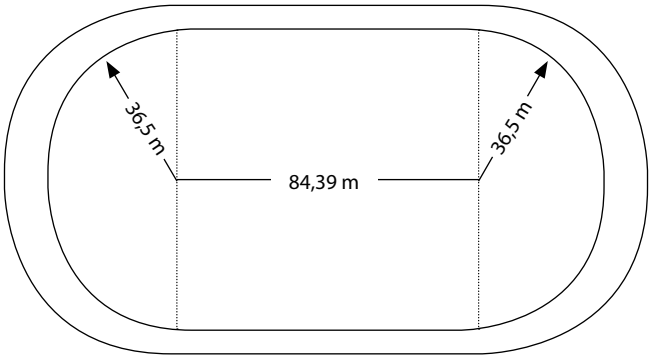
B. 1 após girá-la 180° no sentido anti-horário.

C. 2 após girá-la 90° no sentido anti-horário.

D. 2 após girá-la 180° no sentido horário.

E. 2 após girá-la 270° no sentido anti-horário.

2 – (ENEM, 2011) O atletismo é um dos esportes que mais se identificam com o espírito olímpico. A figura ilustra uma pista de atletismo. A pista é composta por oito raias e tem largura de 9,76 m. As raias são numeradas do centro da pista para a extremidade e são construídas de segmentos de retas paralelas e arcos de circunferência. Os dois semicírculos da pista são iguais.



BIEMBENGUT, M. S. *Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus*. 1990. Dissertação de Mestrado. IGCE/UNESP, Rio Claro, 1990 [adaptado].

Se os atletas partissem do mesmo ponto, dando uma volta completa, em qual das raias o corredor estaria sendo beneficiado?

A. 1

B. 4

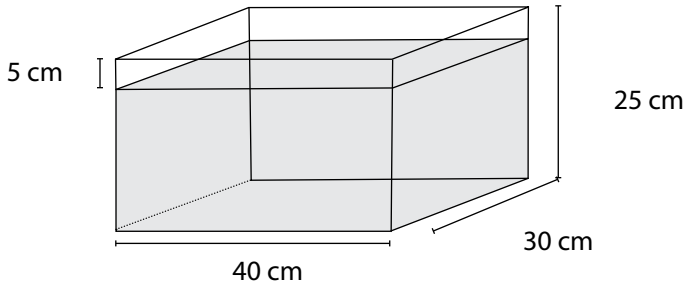
C. 5

D. 7

E. 8

Cálculos

3 – (ENEM, 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostra a figura.



O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2.400 cm^3?

A. O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.

B. O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.

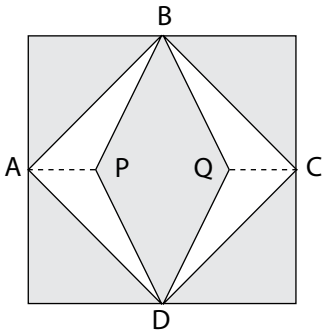
C. O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.

D. O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.

E. O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

Cálculos

4 – (ENEM, 2012) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nessa figura, os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos *AP* e *QC* medem 1/4 da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R$ 30,00 o m^2, e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R$ 50,00 o m^2.

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

A. R$ 22,50.

B. R$ 35,00.

C. R$ 40,00.

D. R$ 42,50.

E. R$ 45,00.

Cálculos

Competência de área 3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 – Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

1 – (ENEM, 2009) A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3. **Disponível em:** <www.mec.gov.br>. **Acesso em:** 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

A. inferior a 0,18.

B. superior a 0,18 e inferior a 0,50.

C. superior a 0,50 e inferior a 1,50.

D. superior a 1,50 e inferior a 2,80.

E. superior a 2,80.

Cálculos

2 – (ENEM, 2010) No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficará o maior Telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, "o maior olho do mundo voltado para o céu".

Disponível em: <http://www.estadao.com.br>.
Acesso em: 27 abr. 2010 [adaptado].

Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1 cm. Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?

A. 1 : 20.
B. 1 : 100.
C. 1 : 200.
D. 1 : 1.000.
E. 1 : 2.000.

3 – (ENEM, 2011) Em 2010, um caos aéreo afetou o continente europeu, devido à quantidade de fumaça expelida por um vulcão na Islândia, o que levou ao cancelamento de inúmeros voos. Cinco dias após o início desse caos, todo o espaço aéreo europeu acima de 6.000 metros estava liberado, com exceção do espaço aéreo da Finlândia. Lá, apenas voos internacionais acima de 31 mil pés estavam liberados.

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>.
Acesso em: 21 abr. 2010 [adaptado].

Considere que 1 metro equivale a aproximadamente 3,3 pés. Qual a diferença, em pés, entre as altitudes liberadas na Finlândia e no restante do continente europeu cinco dias após o início do caos?

A. 3.390 pés.
B. 9.390 pés.
C. 11.200 pés.
D. 19.800 pés.
E. 50.800 pés.

Cálculos

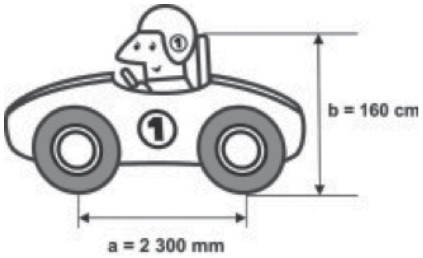
4 – (ENEM, 2011) Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

a) distância **a** entre os eixos dianteiro e traseiro;

b) altura **b** entre o solo e o encosto do piloto.

b = 160 cm

a = 2.300 mm



Ao optar pelas medidas a e b em metros, obtêm-se, respectivamente,

A. 0,23 e 0,16.

B. 2,3 e 1,6.

C. 23 e 16.

D. 230 e 160.

E. 2.300 e 1.600.

5 – (ENEM, 2012) Em 20 de fevereiro de 2011 ocorreu a grande erupção do vulcão Bulusan nas Filipinas. A sua localização geográfica no globo terrestre é dada pelo GPS (sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global) com longitude de 124° 3' 0" a leste do Meridiano de Greenwich.

Dado: 1° equivale a 60' e 1' equivale a 60".

PAVARIN, G. *Galileu*, fev. 2012 [adaptado].

A representação angular da localização do vulcão com relação a sua longitude na forma decimal é

A. 124,02°.

B. 124,05°.

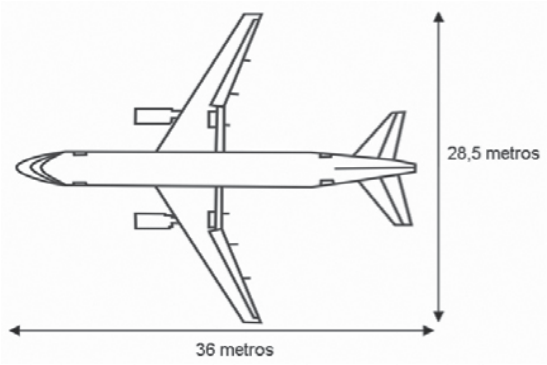
C. 124,20°.

D. 124,30°.

E. 124,50°.

H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

1 – (ENEM, 2009) A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

A. 2,9 cm × 3,4 cm.

B. 3,9 cm × 4,4 cm.

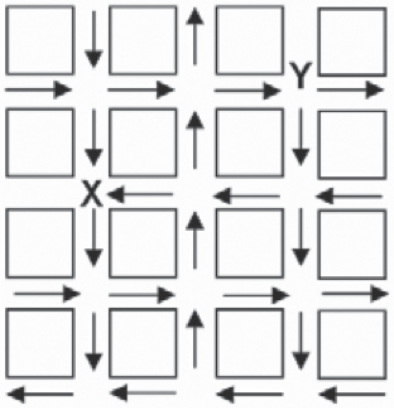
C. 20 cm × 25 cm.

D. 21 cm × 26 cm.

E. 192 cm × 242 cm.

Cálculos

2 – (ENEM, 2009) O mapa abaixo representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego. Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros. Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto *X*, demoraria para chegar até o ponto *Y*?



A. 25 min.

B. 15 min.

C. 2,5 min.

D. 1,5 min.

E. 0,15 min.

Cálculos

3 – (ENEM, 2011) Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

Terreno 1: 55 m por 45 m

Terreno 2: 55 m por 55 m

Terreno 3: 60 m por 30 m

Terreno 4: 70 m por 20 m

Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

E. 5.

4 – (ENEM, 2011) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade *A*, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade *B*, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, *A* e *B*, era de 8 cm. Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de

A. 1 : 250.

B. 1 : 2.500.

C. 1 : 25.000.

D. 1 : 250.000.

E. 1 : 25.000 000.

Cálculos

5 – (ENEM, 2011) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1 : 250.

Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?

A. 4,8 e 11,2

B. 7,0 e 3,0

C. 11,2 e 4,8

D. 28,0 e 12,0

E. 30,0 e 70,0

6 – (ENEM, 2012) O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros. O americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.

Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representaria o percurso referido.

Disponível em: <http://veja.abril.com.br>.
Acesso em: 25 jun. 2011 [adaptado].

Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?

A. 1:700

B. 1:7.000

C. 1:70.000

D. 1:700.000

E. 1:7.000.000

Cálculos

H12 – Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

1 – (ENEM, 2009) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando *x* o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e *V* o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona *V* e *x* é

A. $V = 10.000 + 50x - x^2$.

B. $V = 10.000 + 50x + x^2$.

C. $V = 15.000 - 50x - x^2$.

D. $V = 15.000 + 50x - x^2$.

E. $V = 15.000 - 50x + x^2$.

2 – (ENEM, 2009)

Técnicos concluem mapeamento do aquífero Guarani

O aquífero Guarani localiza-se no subterrâneo dos territórios da Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai, com extensão total de 1.200.000 quilômetros quadrados, dos quais 840.000 quilômetros quadrados estão no Brasil. O aquífero armazena cerca de 30 mil quilômetros cúbicos de água e é considerado um dos maiores do mundo. Na maioria das vezes em que são feitas referências à água, são usadas as unidades *metro cúbico* e *litro*, e não as unidades já descritas. A Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) divulgou, por exemplo, um novo reservatório cuja capacidade de armazenagem é de 20 milhões de litros.

Disponível em: <http://noticias.terra.com.br>.
Acesso em: 10 jul. 2009 [adaptado].

Comparando as capacidades do Aquífero Guarani e desse novo reservatório da SABESP, a capacidade do aquífero Guarani é

A. $1,5 \times 10^2$ vezes a capacidade do reservatório novo.

B. $1,5 \times 10^3$ vezes a capacidade do reservatório novo.

C. $1,5 \times 10^6$ vezes a capacidade do reservatório novo.

D. $1,5 \times 10^8$ vezes a capacidade do reservatório novo.

E. $1,5 \times 10^9$ vezes a capacidade do reservatório novo.

Cálculos

3 – (ENEM, 2011) Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

- Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.
- Meia hora de supermercado: 100 calorias.
- Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.
- Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.
- Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.
- Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Disponível em: <http://cyberdiet.terra.com.br>.
Acesso em: 27 abr. 2010 [adaptado].

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias.

A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?

A. 50 minutos.
B. 60 minutos.
C. 80 minutos.
D. 120 minutos.
E. 170 minutos.

Cálculos

4 – (ENEM, 2011) É possível usar água ou comida para atrair as aves e observá-las. Muitas pessoas costumam usar água com açúcar, por exemplo, para atrair beija-flores. Mas é importante saber que, na hora de fazer a mistura, você deve sempre usar uma parte de açúcar para cinco partes de água. Além disso, em dias quentes, precisa trocar a água de duas a três vezes, pois com o calor ela pode fermentar e, se for ingerida pela ave, pode deixá-la doente. O excesso de açúcar, ao cristalizar, também pode manter o bico da ave fechado, impedindo-a de se alimentar. Isso pode até matá-la.

Ciência Hoje das Crianças. FNDE; Instituto Ciência Hoje, ano 19, nº 166, mar. 1996.

Pretende-se encher completamente um copo com a mistura para atrair beija-flores. O copo tem formato cilíndrico e suas medidas são 10 cm de altura e 4 cm de diâmetro. A quantidade de água que deve ser utilizada na mistura é cerca de (utilize $\pi = 3$)

A. 20 mL.

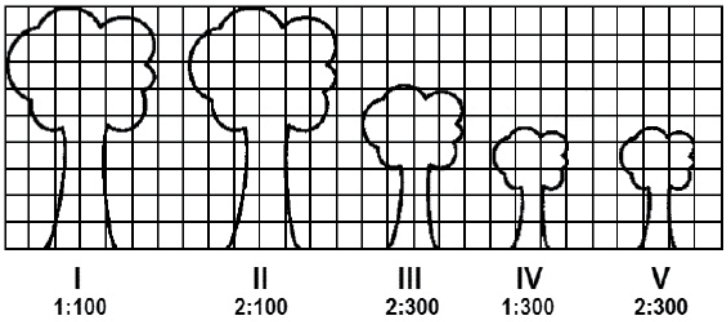
B. 24 mL.

C. 100 mL.

D. 120 mL.

E. 600 mL.

5 – (ENEM, 2012) Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

A. I.

B. II.

C. III.

D. IV.

E. V.

H13 – Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

1 – (ENEM, 2012) José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava, dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6 : 5 : 4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4: 4 : 2, respectivamente.

Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

A. 600, 550, 350.

B. 300, 300, 150.

C. 300, 250, 200.

D. 200, 200, 100.

E. 100, 100, 50.

2 – (ENEM, 2012) A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar, aparecendo "espaços vazios" que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, consequentemente, o conjunto tende a retrair-se. Considere que, no processo de cozimento, a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Disponível em: <www.arq.ufsc.br>.
Acesso em: 30 mar. 2012 [adaptado].

Levando em consideração o processo de cozimento e a contração sofrida, o volume *V* de uma travessa de argila, de forma cúbica de aresta a, diminui para um valor que é

A. 20% menor que *V*, uma vez que o volume do cubo é diretamente proporcional ao comprimento de seu lado.

B. 36% menor que *V*, porque a área da base diminui de a^2 para $[(1 - 0,2)a]^2$.

C. 48,8% menor que *V*, porque o volume diminui de a^3 para $(0,8a)^3$.

D. 51,2% menor que *V*, porque cada lado diminui para 80% do comprimento original.

E. 60% menor que *V*, porque cada lado diminui 20%.

H14 – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

1 – (ENEM, 2012) Em exposições de artes plásticas é usual que estátuas sejam expostas sobre plataformas giratórias. Como medida de segurança, a base da escultura deve estar integralmente apoiada sobre a plataforma. Para que se providencie o equipamento adequado, no caso de uma base quadrada que será fixada sobre uma plataforma circular, o auxiliar técnico do evento deve estimar a medida *R* do raio adequado para a plataforma em termos da medida *L* do lado da base da estátua.

Qual relação entre *R* e *L* o auxiliar técnico deverá apresentar de modo que a exigência de segurança seja cumprida?

A. $R \geq L / \sqrt{2}$.

B. $R \geq 2L / \pi$.

C. $R \geq L / \sqrt{\pi}$.

D. $R \geq L / 2$.

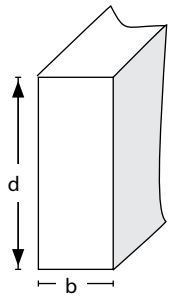
E. $R \geq L / (2\sqrt{2})$.

Cálculos

Competência de área 4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 – Identificar a relação de dependência entre grandezas.

1 – (ENEM, 2011) A resistência das vigas de dado comprimento é diretamente proporcional à largura (b) e ao quadrado da altura (d), conforme a figura. A constante de proporcionalidade *k* varia de acordo com o material utilizado na sua construção



Considerando-se *S* como a resistência, a representação algébrica que exprime essa relação é

A. $S = k \cdot b \cdot d$.

B. $S = b \cdot d^2$.

C. $S = k \cdot b \cdot d^2$.

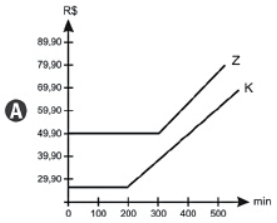
D. $S = \frac{k \cdot b}{d^2}$.

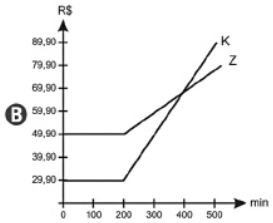
E. $S = \frac{k \cdot d^2}{b}$.

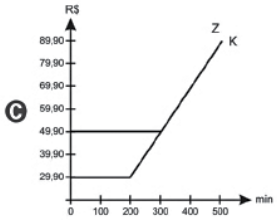
Cálculos

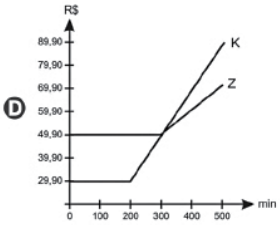
2 – (ENEM, 2011) Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano *K*, o cliente paga R$ 29,90 por 200 minutos mensais e R$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano *Z*, paga R$ 49,90 por 300 minutos mensais e R$ 0,10 por cada minuto excedente.

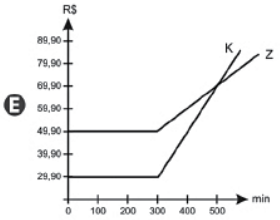
O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é

A)


B)


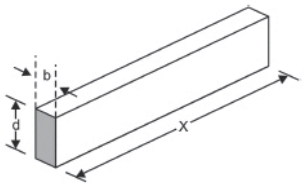
C)


D)


E)


Cálculos

3 – (ENEM, 2012) A resistência mecânica *S* de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade *k* é chamada de resistência da viga.



A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

A. $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$

B. $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$

C. $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$

D. $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$

E. $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$

4 – (ENEM, 2012) Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?

A. 24 litros.

B. 36 litros.

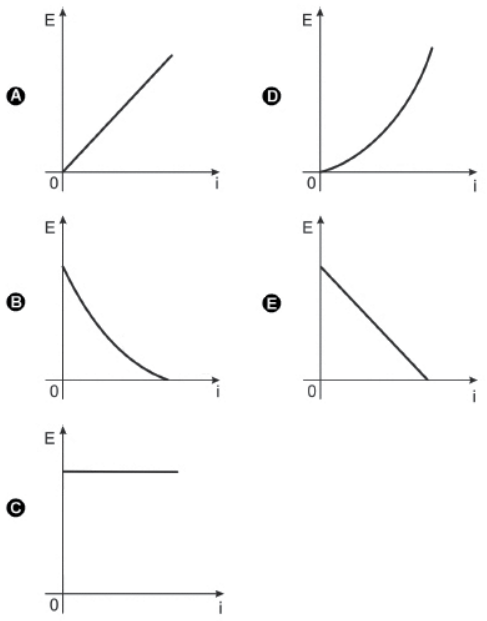
C. 40 litros.

D. 42 litros.

E. 50 litros.

5 – (ENEM, 2012) Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência (P) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica (R) e o quadrado da corrente elétrica (i) que por ele circula. O consumo de energia (E), por sua vez, é diretamente proporcional à potência do aparelho.

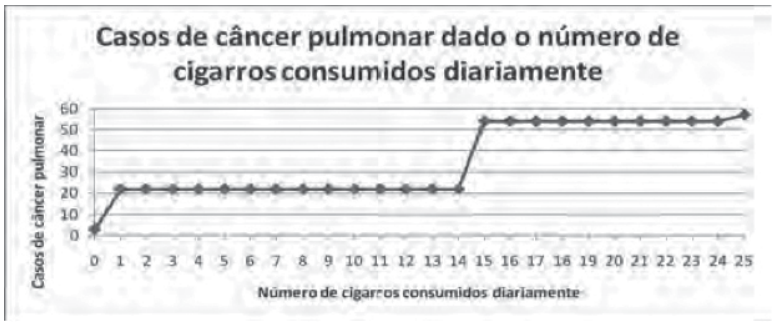
Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida (E) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica (i) que circula por ele?



Cálculos

H16 – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

1 – (ENEM, 2009) A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir.



Centers for Disease Control and Prevention – CDC-EIS Summer Course (1992) [adaptado].

De acordo com as informações do gráfico,

A. o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.

B. o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.

C. o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.

D. uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.

E. o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

Cálculos

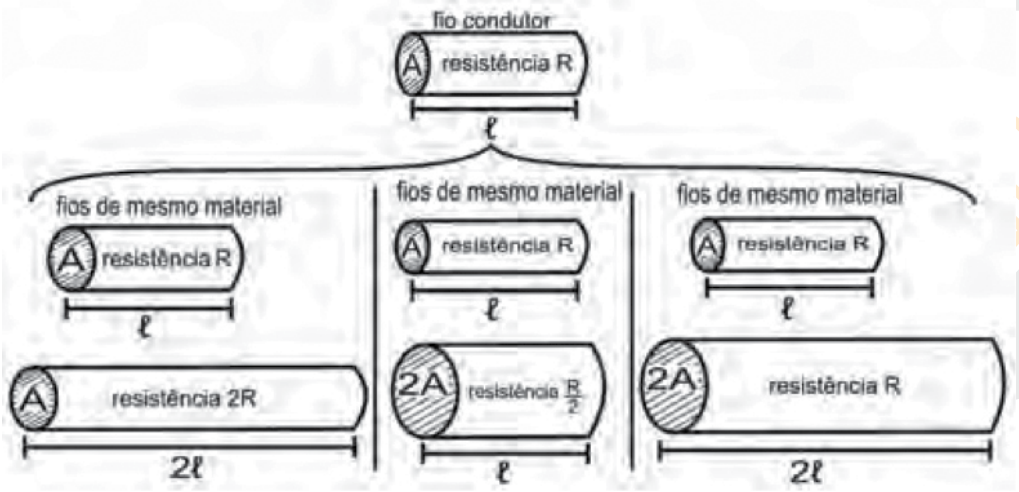
2 - (ENEM, 2010)

A resistência elétrica e as dimensões do condutor

A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:

- Resistência (R) e Comprimento (L), dada a mesma secção transversal (A);
- Resistência (R) e a área de secção transversal (A), dado o mesmo comprimento (L); e
- Comprimento (L) e a área de secção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes:



Disponível em: <http://www.efeitojoule.com>.
Acesso em: abr. 2010 [adaptado].

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre Resistência (R) e Comprimento (L), Resistência (R) e Área da Secção Transversal (A), e entre Comprimento (L) e Área da Secção Transversal (A) são, respectivamente,

A. direta, direta e direta.
B. direta, direta e inversa.
C. direta, inversa e direta.
D. inversa, direta e direta.
E. inversa, direta e inversa.

Cálculos

3 – (ENEM, 2011) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4.800 W consome 4,8 kW por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

A. 0,8.

B. 1,6.

C. 5,6.

D. 11,2.

E. 33,6.

4 – (ENEM, 2011) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Revista Época. 26 abr. 2010 [adaptado].

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção. De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a

A. 4 mil.

B. 9 mil.

C. 21 mil.

D. 35 mil.

E. 39 mil.

Cálculos

5 – (ENEM, 2012) Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9.200 tíquetes.

Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é

A. 153.

B. 460.

C. 1.218.

D. 1.380.

E. 3.066.

6 – (ENEM, 2012) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

A. 12 kg.

B. 16 kg.

C. 24 kg.

D. 36 kg.

E. 75 kg

Cálculos

H17 – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

1 – (ENEM, 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1{,}03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

A. escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

B. escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

C. escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

D. escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.

E. escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Cálculos

2 – (ENEM, 2011)

Café no Brasil

O consumo atingiu o maior nível da história no ano passado: os brasileiros beberam o equivalente a 331 bilhões de xícaras.

Revista Veja. Ed. 2158, 31 mar. 2010.

Considere que a xícara citada na notícia seja equivalente a, aproximadamente, 120 mL de café. Suponha que em 2010 os brasileiros bebam ainda mais café, aumentando o consumo em 1/5 do que foi consumido no ano anterior. De acordo com essas informações, qual a previsão mais aproximada para o consumo de café em 2010?

A. 8 bilhões de litros.

B. 16 bilhões de litros.

C. 32 bilhões de litros.

D. 40 bilhões de litros.

E. 48 bilhões de litros.

3 – (ENEM, 2012) A capacidade mínima, em BTU/h, de um aparelho de ar condicionado, para ambientes sem exposição ao sol, pode ser determinada da seguinte forma:

- 600 BTU/h por m2, considerando-se até duas pessoas no ambiente;
- para cada pessoa adicional nesse ambiente, acrescentar 600 BTU/h;
- acrescentar mais 600 BTU/h para cada equipamento eletroeletrônico em funcionamento no ambiente.

Será instalado um aparelho de ar condicionado em uma sala, sem exposição ao sol, de dimensões 4m x 5m, em que permaneçam quatro pessoas e possua um aparelho de televisão em funcionamento.

A capacidade mínima, em BTU/h, desse aparelho de ar condicionado deve ser

A. 12.000.

B. 12.600.

C. 13.200.

D. 13.800.

E. 15.000.

Cálculos

4 – (ENEM, 2012) O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.

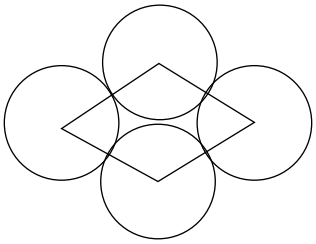


Figura 1

Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2.

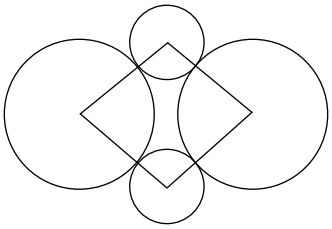


Figura 2

O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de

A. 300%.
B. 200%.
C. 150%.
D. 100%.
E. 50%.

Cálculos

H18 – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

1 – (ENEM, 2011) Observe as dicas para calcular a quantidade certa de alimentos e bebidas para as festas de fim de ano:

- Para o prato principal, estime 250 gramas de carne para cada pessoa.
- Um copo americano cheio de arroz rende o suficiente para quatro pessoas.
- Para a farofa, calcule quatro colheres de sopa por convidado.
- Uma garrafa de vinho serve seis pessoas.
- Uma garrafa de cerveja serve duas.
- Uma garrafa de espumante serve três convidados.

Quem organiza festas faz esses cálculos em relação ao total de convidados, independente do gosto de cada um. Quantidade certa de alimentos e bebidas evita o desperdício da ceia.

Jornal Hoje. 17 dez. 2010 [adaptado].

Um anfitrião decidiu seguir essas dicas ao se preparar para receber 30 convidados para a ceia de Natal. Para seguir essas orientações à risca, o anfitrião deverá dispor de

A. 120 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.

B. 120 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 30 de cerveja e 10 de espumante.

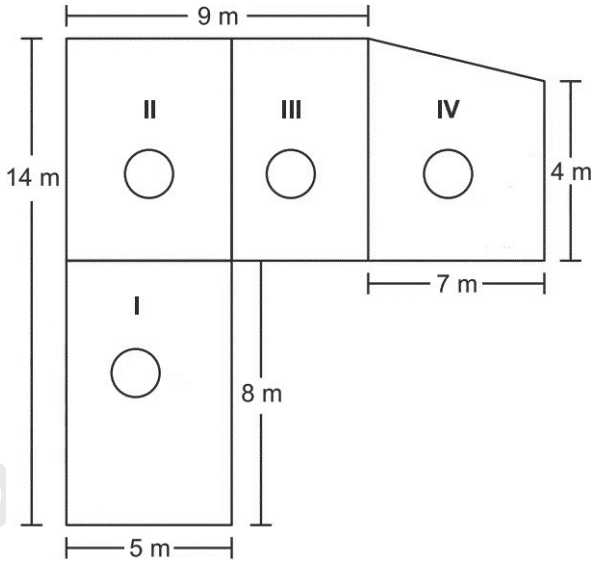
C. 75 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.

D. 7,5 kg de carne, 7 copos americanos, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 30 de cerveja e 10 de espumante.

E. 7,5 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.

Cálculos

2 – (ENEM, 2012) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m^2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m^2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários

A. quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.

B. três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.

C. duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.

D. uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.

E. nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

Cálculos

Competência de área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

1 – (ENEM, 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4.300 vagas, totalizando 880.605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: <http://www.folha.uol.com.br>.
Acesso em: 26 abr. 2010 [adaptado].

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que *y* e *x* representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

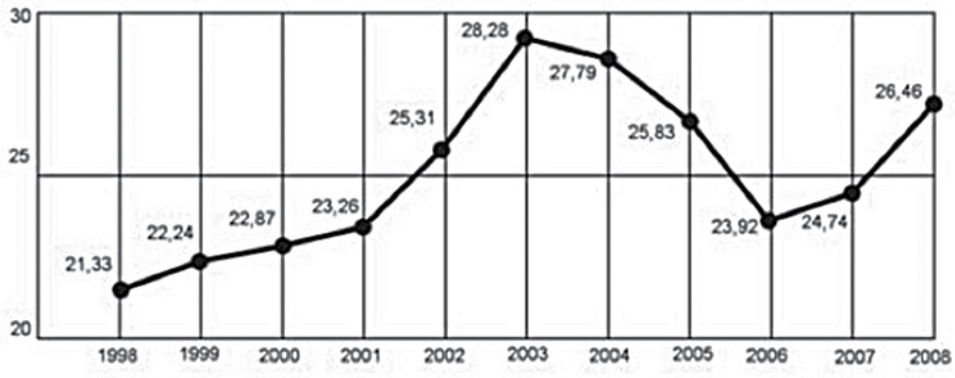
A. $y = 4.300x$
B. $y = 884.905x$
C. $y = 872.005 + 4.300x$
D. $y = 876.305 + 4.300x$
E. $y = 880.605 + 4.300x$

Cálculos

H20 – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

1 – (ENEM, 2011) O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.

O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA).
Almanaque abril 2010, São Paulo, abr., ano 36 [adaptado].

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.

Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de

A. 1998 e 2001.

B. 2001 e 2003.

C. 2003 e 2006.

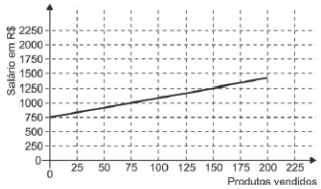
D. 2003 e 2007.

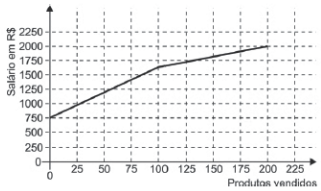
E. 2003 e 2008.

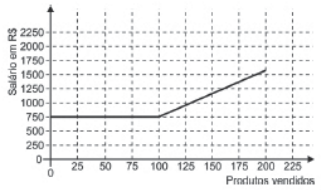
Cálculos

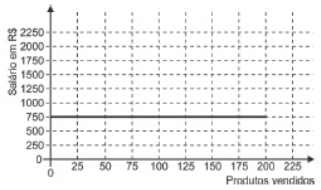
2 – (ENEM, 2012) Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R$ 750,00, mais uma comissão de R$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101° produto vendido.

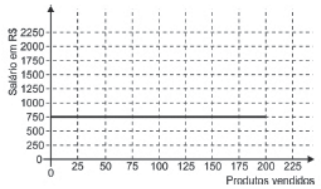
Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre salário e o número de produtos vendidos é

A


B


C


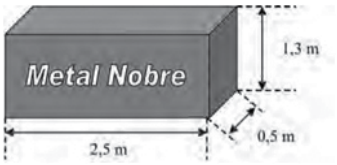
D


E


Cálculos

H21 – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

1 – (ENEM, 2010) A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.



O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza

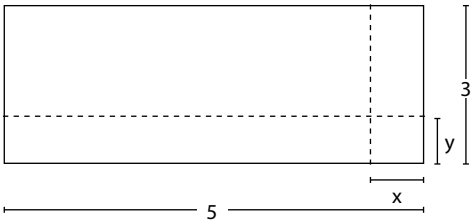
A. massa.
B. volume.
C. superfície.
D. capacidade.
E. comprimento.

2 – (ENEM, 2011) Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade *q* de produtos é dado por uma função, simbolizada por *CT*, enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade *q* também é uma função, simbolizada por *FT*. O lucro total *(LT)* obtido pela venda da quantidade q de produtos é dado pela expressão $LT(q) = FT(q) - CT(q)$. Considerando-se as funções $FT(q) = 5q$ e $CT(q) = 2q + 12$ como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

A. 0.
B. 1.
C. 3.
D. 4.
E. 5.

Cálculos

3 – (ENEM, 2012) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 – x) (3 – y).



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por

A. 2xy.

B. 15 – 3x.

C. 15 – 5y.

D. – 5y – 3x.

E. 5y + 3x – xy.

4 – (ENEM, 2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

QO = –20 + 4P

QD = 46 – 2P

Em que QO é quantidade de oferta, QD é a quantidade de demanda e P é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando QO e QD se igualam.

Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

A. 5.

B. 11.

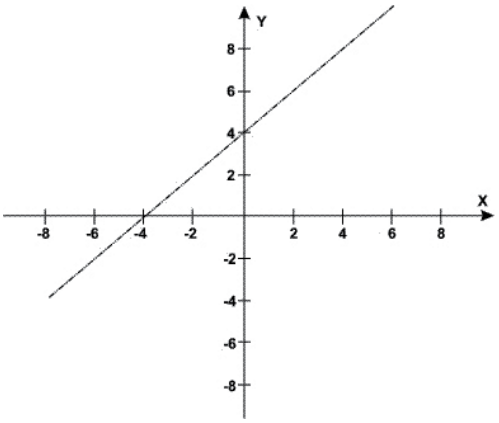
C. 13.

D. 23.

E. 33.

H22 – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

1 – (ENEM, 2011) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

A. (–5, 0).

B. (–3,1).

C. (–2,1).

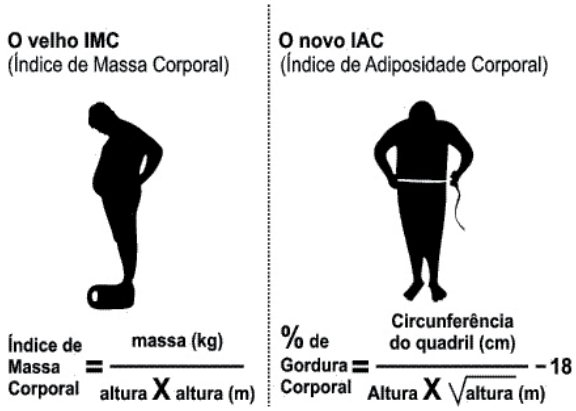
D. (0,4).

E. (2,6).

Cálculos

H23 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

1 – (ENEM, 2011) O Índice de Massa Corporal (IMC) é largamente utilizado há cerca de 200 anos, mas esse cálculo representa muito mais a corpulência que a adiposidade, uma vez que indivíduos musculosos e obesos podem apresentar o mesmo IMC. Uma nova pesquisa aponta o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) como uma alternativa mais fidedigna para quantificar a gordura corporal, utilizando a medida do quadril e a altura. A figura mostra como calcular essas medidas, sabendo-se que, em mulheres, a adiposidade normal está entre 19% e 26%



Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>.
Acesso em: 24 abr. 2011 [adaptado].

Uma jovem com IMC = 20 kg/m2, 100 cm de circunferência dos quadris e 60 kg de massa corpórea resolveu averiguar seu IAC. Para se enquadrar aos níveis de normalidade de gordura corporal, a atitude adequada que essa jovem deve ter diante da nova medida é

(Use $\sqrt{3} = 1,7$ e $\sqrt{1,7} = 1,3$)

A. reduzir seu excesso de gordura em cerca de 1%.

B. reduzir seu excesso de gordura em cerca de 27%.

C. manter seus níveis atuais de gordura.

D. aumentar seu nível de gordura em cerca de 1%.

E. aumentar seu nível de gordura em cerca de 27%.

Cálculos

2 – (ENEM, 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 350.000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120.000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 150.000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.

Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

A. $100n + 350 = 120n + 150$.

B. $100n + 150 = 120n + 350$.

C. $100(n + 350) = 120(n + 150)$.

D. $100(n + 350.000) = 120(n + 150.000)$.

E. $350(n + 100.000) = 150(n + 120.000)$.

3 – (ENEM, 2012) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- Opção 1: Pagar à vista, por R$ 55.000,00.
- Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R$ 30.000,00, e mais uma prestação de R$ 26.000,00 para dali a 6 meses.
- Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R$ 20.000,00, mais uma prestação de R$ 20.000,00, para dali a 6 meses e outra de R$ 18.000,00 para dali a 12 meses da data da compra.
- Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R$ 15.000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R$ 39.000,00.
- Opção 5: pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R$ 60.000,00.

Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor) em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.

Após avaliar a situação do ponto de vista financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

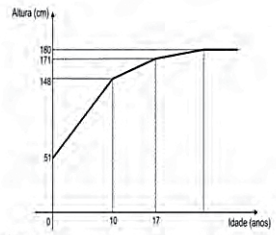
E. 5.

Competência de área 6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

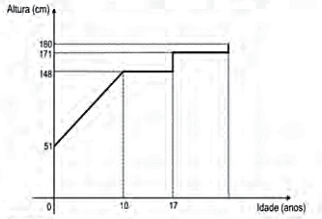
H24 – Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

1 – (ENEM, 2010) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir de 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas. Qual gráfico melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade?

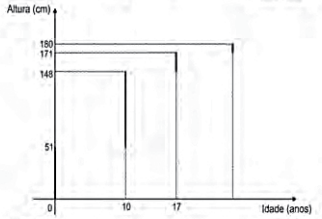
A.



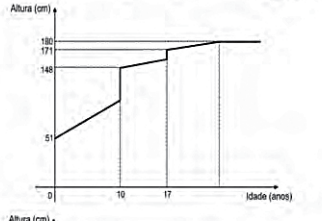
B.



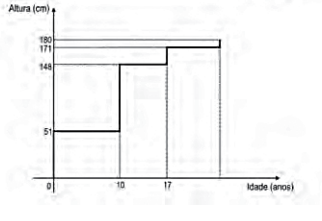
C.



D.



E.



2 – (ENEM, 2011) A cor de uma estrela tem relação com a temperatura em sua superfície. Estrelas não muito quentes (cerca de 3.000 K) nos parecem avermelhadas. Já as estrelas amarelas, como o Sol, possuem temperatura em torno dos 6.000 K; as mais quentes são brancas ou azuis porque sua temperatura fica acima dos 10.000 K. A tabela apresenta uma classificação espectral e outros dados para as estrelas dessas classes.

Estrela da Sequência Principal				
Classe Espectral	**Temperatura**	**Luminosidade**	**Massa**	**Raio**
O5	40 000	5×10^5	40	18
BO	28 000	2×10^4	18	7
AO	9 900	80	3	2,5
G2	5 770	1	1	1
MO	3 480	0,06	0,5	0,6
Temperatura em Kelvin				

Luminosidade, massa e raio, tomando o Sol como unidade. **Disponível em:** <http://www.zenite.nu>. **Acesso em:** 1 mai. 2010 [adaptado].

Se tomarmos uma estrela que tenha temperatura 5 vezes maior que a temperatura do Sol, qual será a ordem de grandeza de sua luminosidade?

A. 20.000 vezes a luminosidade do Sol.

B. 28.000 vezes a luminosidade do Sol.

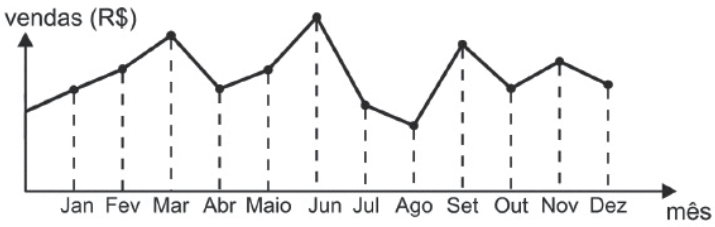
C. 28.850 vezes a luminosidade do Sol.

D. 30.000 vezes a luminosidade do Sol.

E. 50.000 vezes a luminosidade do Sol.

Cálculos

3 – (ENEM, 2012) O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram

A. março e abril.

B. março e agosto.

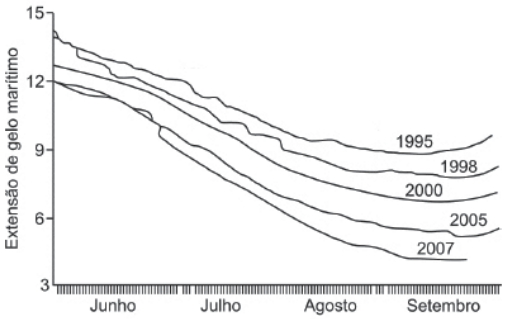
C. agosto e setembro.

D. junho e setembro.

E. junho e agosto.

Cálculos

4 – (ENEM, 2012) O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, comparando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrar o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.



Disponível em: http://sustentabilidade.allianz.com.br. Acesso em: fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico e nas informações do texto é possível inferir que houve maior aquecimento global em

A. 1995.
B. 1998.
C. 2000.
D. 2005.
E. 2007.

Cálculos

5 – (ENEM, 2012) Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em horas por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A seguinte tabela ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina Juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

De acordo com esta pesquisa, quantas horas de seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares?

A. 20.

B. 21.

C. 24.

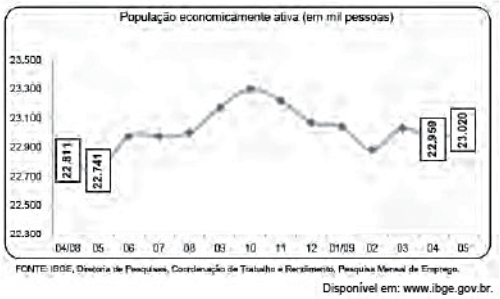
D. 25.

E. 27.

Cálculos

H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

1 – (ENEM, 2009) O gráfico a seguir mostra a evolução, de abril de 2008 a maio de 2009, da população economicamente ativa para seis Regiões Metropolitanas pesquisadas.



Disponível em: <www.ibge.gov.br>

Considerando que a taxa de crescimento da população economicamente ativa, entre 05/09 e 06/09, seja de 4%, então o número de pessoas economicamente ativas em 06/09 será igual a

A. 23.940.

B. 32.228.

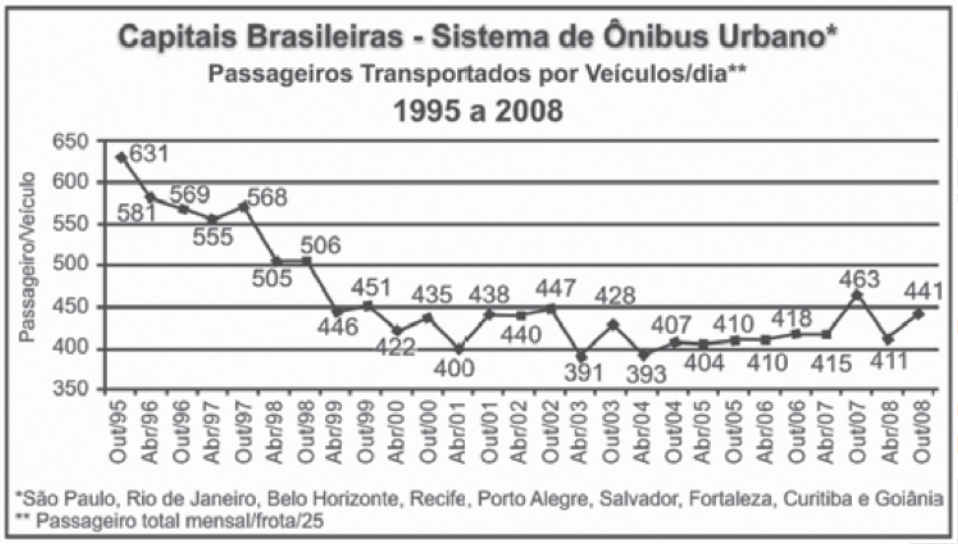
C. 920.800.

D. 23.940.800.

E. 32.228.000.

Cálculos

2 – (ENEM, 2009) Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001. O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.



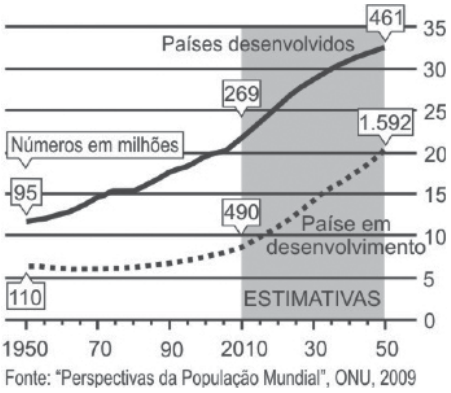
Disponível em: <http://www.ntu.org.br>
Acesso em: 16 jul. 2009 [adaptado].

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a

A. 355 milhões.
B. 400 milhões.
C. 426 milhões.
D. 441 milhões.
E. 477 milhões.

Cálculos

3 – (ENEM, 2009) A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU) a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: "Perspectivas da População Mundial", ONU, 2009

Disponível em: <www.economist.com>.
Acesso em: 9 jul. 2009 [adaptado].

Suponha que o modelo exponencial $y = 363e^{0,03x}$, em que x = 0 corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

A. 490 e 510 milhões.
B. 550 e 620 milhões.
C. 780 e 800 milhões.
D. 810 e 860 milhões.
E. 870 e 910 milhões.

Cálculos

4 – (ENEM, 2009) Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10ª, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais
(em milhões de dólares)

Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: <www.cartacapital.com.br>.
Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor

A. inferior a 300 milhões de dólares.
B. superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
C. superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
D. superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
E. superior a 600 milhões de dólares.

Cálculos

5 – (ENEM, 2010) A classificação de um país no quadro de medalhas nos Jogos Olímpicos depende do número de medalhas de ouro que obteve na competição, tendo como critérios de desempate o número de medalhas de prata seguido do número de medalhas de bronze conquistados. Nas Olimpíadas de 2004, o Brasil foi o décimo sexto colocado no quadro de medalhas, tendo obtido 5 medalhas de ouro, 2 de prata e 3 de bronze. Parte desse quadro de medalhas é reproduzida a seguir.

Classificação	País	Medalhas de ouro	Medalhas de prata	Medalhas de bronze	Total de medalhas
8º	Itália	10	11	11	32
9º	Coreia do Sul	9	12	9	30
10º	Grã-Bretanha	9	9	12	30
11º	Cuba	9	7	11	27
12º	Ucrânia	9	5	9	23
13º	Hungria	8	6	3	17

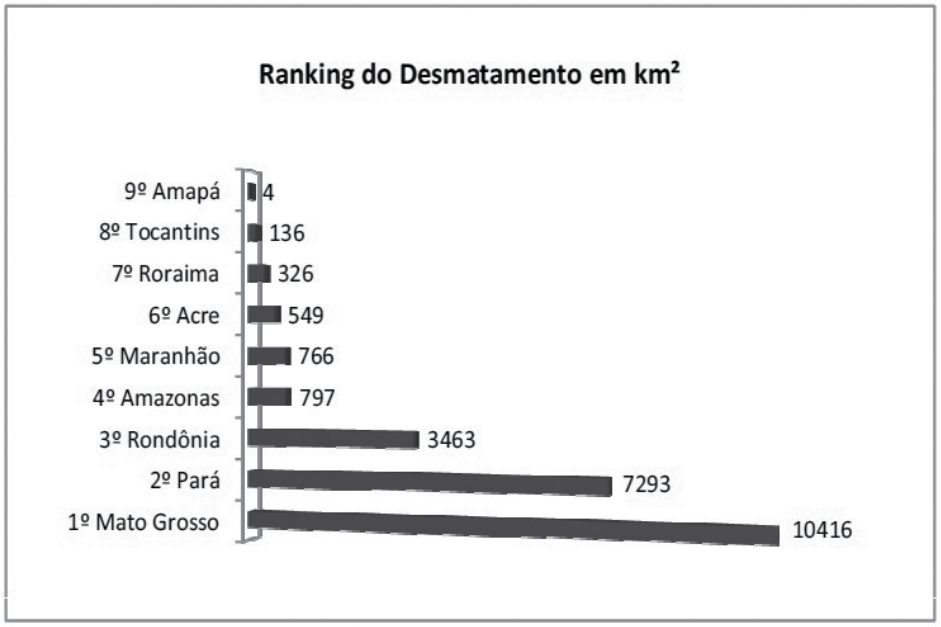
Disponível em: <http://www.quadrodemedalhas.com.br>.
Acesso em: 05 abr. 2010 [adaptado].

Se o Brasil tivesse obtido mais 4 medalhas de ouro, 4 de prata e 10 de bronze, sem alteração no número de medalhas dos demais países mostrados no quadro, qual teria sido a classificação brasileira no quadro de medalhas das Olimpíadas de 2004?

A. 13º.
B. 12º.
C. 11º.
D. 10º.
E. 9º.

Cálculos

6 – (ENEM, 2010) Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o *ranking* de desmatamento, conforme gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.



Disponível em: <www.folhaonline.com.br>.
Acesso em: 30 abr. 2010 [adaptado].

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre

A. 100 km² e 900 km².
B. 1 000 km² e 2 700 km².
C. 2 800 km² e 3 200 km².
D. 3 300 km² e 4 000 km².
E. 4 100 km² e 5 800 km².

Cálculos

7 – (ENEM, 2011) A tabela compara o consumo mensal, em kWh, dos consumidores residenciais e dos de baixa renda, antes e depois da redução da tarifa de energia no estado de Pernambuco.

Como fica a tarifa

Residencial

Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
140	R$ 71,04	R$ 64,75	R$ 6,29
185	R$ 93,87	R$ 85,56	R$ 8,32
350	R$ 177,60	R$ 161,86	R$ 15,74
500	R$ 253,72	R$ 231,24	R$ 22,48

Baixa renda

Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
30	R$ 3,80	R$ 3,35	R$ 0,45
65	R$ 11,53	R$10,04	R$ 1,49
80	R$ 14,84	R$12,90	R$ 1,94
100	R$ 19,31	R$16,73	R$ 2,59
140	R$ 32,72	R$28,20	R$4,53

Fonte: Celpe

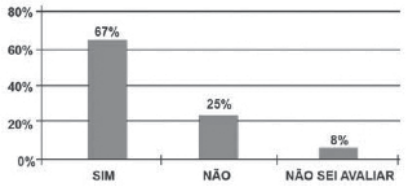
Diário de Pernambuco. 28 abr. 2010 [adaptado].

Considere dois consumidores: um que é de baixa renda e gastou 100 kWh e outro do tipo residencial que gastou 185 kWh. A diferença entre o gasto desses consumidores com 1 kWh, depois da redução da tarifa de energia, mais aproximada, é de

A. R$ 0,27.
B. R$ 0,29.
C. R$ 0,32.
D. R$ 0,34.
E. R$ 0,61.

Cálculos

8 – (ENEM, 2011) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619. 29 mar. 2010 [adaptado].

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "NÃO" à enquete?

A. Menos de 23.

B. Mais de 23 e menos de 25.

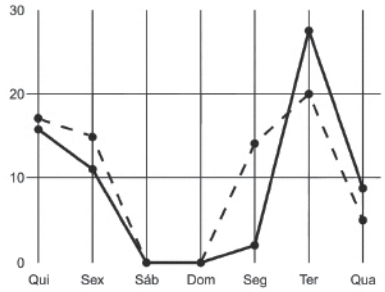
C. Mais de 50 e menos de 75.

D. Mais de 100 e menos de 190.

E. Mais de 200.

Cálculos

9 – (ENEM, 2012) A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: <http://blog.bibliotecaunix.org>.
Acesso em: 21 jan. 2012 [adaptado].

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

A. segunda e na terça-feira.
B. terça e na quarta-feira.
C. terça e na quinta-feira.
D. quinta-feira, no sábado e no domingo.
E. segunda, na quinta e na sexta-feira.

Cálculos

H26 – Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

1 – (ENEM, 2011) A figura apresenta informações biométricas de um homem (Duílio) e de uma mulher (Sandra) que estão buscando alcançar seu peso ideal a partir das atividades físicas (corrida). Para se verificar a escala de obesidade, foi desenvolvida a fórmula que permite verificar o Índice de Massa Corporal (IMC). Esta fórmula é apresentada como *IMC = m/h2*, onde *m* é a massa em quilogramas e *h* é altura em metros.

O PERFIL DOS NOVOS CORREDORES

DUILIO SABA	
Idade	50 anos
Altura	1,88 metro
Peso	96,4 quilos
Peso ideal	94,5 quilos

SANDRA TESCARI	
Idade	42 anos
Altura	1,70 metro
Peso	84 quilos
Peso ideal	77 quilos

No quadro é apresentada a Escala de Índice de Massa Corporal com as respectivas categorias relacionadas aos pesos.

Escala de Índice de Massa Corporal	
CATEGORIAS	IMC (kg/m²)
Desnutrição	Abaixo de 14,5
Peso abaixo do normal	14,5 a 20
Peso normal	20 a 24,9
Sobrepeso	25 a 29,9
Obesidade	30 a 39,9
Obesidade mórbida	Igual ou acima de 40

A partir dos dados biométricos de Duílio e Sandra e da Escala de IMC, o valor IMC e a categoria em que cada uma das pessoas se posiciona na Escala são

A. Duílio tem o IMC 26,7 e Sandra tem o IMC 26,6, estando ambos na categoria de sobrepeso.

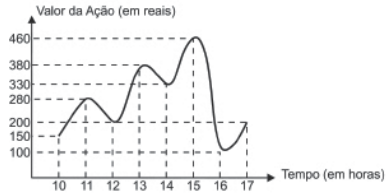
B. Duílio tem o IMC 27,3 e Sandra tem o IMC 29,1, estando ambos na categoria de sobrepeso.

C. Duílio tem o IMC 27,3 e Sandra tem o IMC 26,6, estando ambos na categoria de sobrepeso.

D. Duílio tem o IMC 25,6, estando na categoria de sobrepeso, e Sandra tem o IMC 24,7, estando na categoria de peso normal.

E. Duílio tem o IMC 25,1, estando na categoria de sobrepeso, e Sandra tem o IMC 22,6, estando na categoria de peso normal.

2 – (ENEM, 2012) O gráfico fornece os valores das ações da empresa *XPN*, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Nesse dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da compra	Hora da venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.
E. 5.

Cálculos

3 – (ENEM, 2012) Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hipoglicemia	taxa de glicose menor ou igual a 70 mg/dL
Normal	taxa de glicose maior que 70 mg/dL e menor ou igual a 100 mg/dL
Pré-diabetes	taxa de glicose maior que 100 mg/dL e menor ou igual a 125 mg/dL
Diabetes Melito	taxa de glicose maior que 125 mg/dL e menor ou igual a 250 mg/dL
Hiperglicemia	taxa de glicose maior que 250 mg/dL

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estava com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dL. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.

Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de

A. hipoglicemia.

B. normal.

C. pré-diabetes.

D. diabetes melito.

E. hiperglicemia.

Cálculos

Competência de área 7 – Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 – Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

1 – (ENEM, 2011) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

A. 17°C, 17°C e 13,5°C.

B. 17°C, 18°C e 13,5°C.

C. 17°C, 13,5°C e 18°C.

D. 17°C, 18°C e 21,5°C.

E. 17°C, 13,5°C e 21,5°C.

2 – (ENEM, 2011) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: http://www.obmep.org.br. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

A. 14,6%.

B. 18,2%.

C. 18,4%.

D. 19,0%.

E. 21,0%.

Cálculos

3 – (ENEM, 2012) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são

A. Balas W e Pizzaria Y.

B. Chocolates X e Tecelagem Z.

C. Pizzaria Y e Alfinetes V.

D. Pizzaria Y e Chocolates X.

E. Tecelagem Z e Alfinetes V.

4 – (ENEM, 2012) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de 30.000 m^2 e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10.000 m^2).

A variância das produções dos talhões expressa em $(sacas/hectare)^2$ é

A. 20,25.

B. 4,50.

C. 0,71.

D. 0,50.

E. 0,25.

Cálculos

H28 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

1 – (ENEM, 2009) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

A. $2 \times (0{,}2\%)^4$.

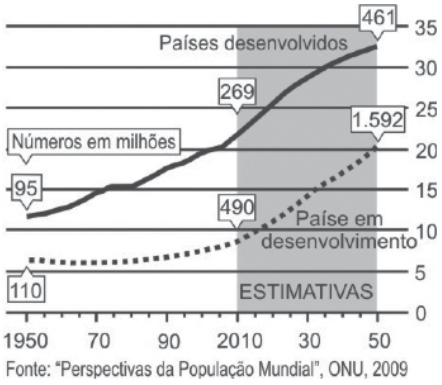
B. $4 \times (0{,}2\%)^2$.

C. $6 \times (0{,}2\%)^2 \times (99{,}8\%)^2$.

D. $4 \times (0{,}2\%)$.

E. $6 \times (0{,}2\%) \times (99{,}8\%)$.

2 – (ENEM, 2009) A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: "Perspectivas da População Mundial", ONU, 2009

Disponível em: <www.economist.com>.
Acesso em: 9 jul. 2009 [adaptado].

Em 2050, a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade, na população dos países desenvolvidos, será um número mais próximo de

A. A. ½.

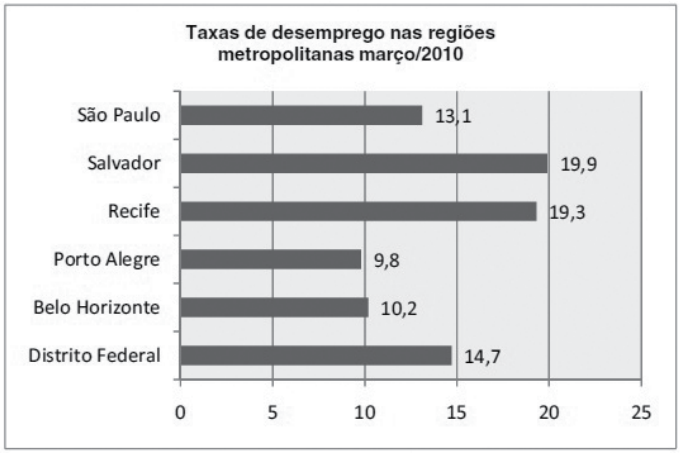
B. 7/20.

C. 8/25.

D. 1/5.

E. 3/25.

3 – (ENEM, 2010) Os dados do gráfico seguinte foram colhidos no conjunto de seis regiões metropolitanas pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE).



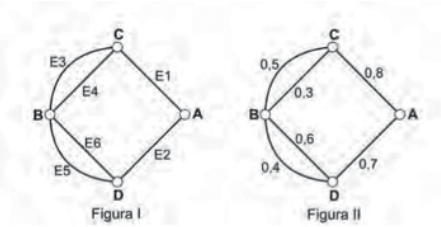
Disponível em: <http://g1.globo.com>.
Acesso em: 28 abr. 2010 [adaptado].

Supondo que o total de pessoas pesquisadas na Região Metropolitana de Porto Alegre equivale a 250.000, o número de desempregados em março de 2010, nessa região, foi de

A. 24.500.
B. 25.000.
C. 220.500.
D. 223.000.
E. 227.500.

Cálculos

4 – (ENEM, 2010) A *figura I* abaixo mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade *A* com a cidade *B*. Cada número indicado na *figura II* representa a probabilidade de pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada. Assim, há uma probabilidade de 30% de se pegar engarrafamento no deslocamento do ponto *C* ao o ponto *B*, passando pela estrada *E4*, e de 50%, quando se passa por *E3*. Essas probabilidades são independentes umas das outras.



Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível. O melhor trajeto para Paula é

A. E1E3.

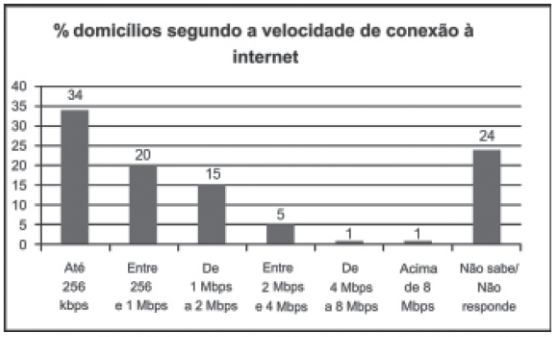
B. E1E4.

C. E2E4.

D. E2E5.

E. E2E6.

5 – (ENEM, 2011) O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultado da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



Disponível em: http://agencia.ipea.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?

A. 0,45

B. 0,42

C. 0,30

D. 0,22

E. 0,15

6 – (ENEM, 2011) Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização "deve mudar", no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo.

A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação. Campanha de vacinação contra a gripe suína

Campanha de vacinação contra a gripe suína		
Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

A. 8%.
B. 9%.
C. 11%.
D. 12%.
E. 22%.

Cálculos

7 – (ENEM, 2012) Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada urna. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	Urna 1	Urna 2
Amarela	4	0
Azul	3	1
Branca	2	2
Verde	1	3
Vermelha	0	4

Uma jogada consiste em:

1º) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2º) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;

3º) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bola da urna 2;

4º) se a cor da última bola retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.

Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?

A. Azul.

B. Amarela.

C. Branca.

D. Verde.

E. Vermelha.

Cálculos

8 – (ENEM 2012) Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em: "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o *blog* registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem.

O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.

O administrador do blog irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween".

Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

A. 0,09.
B. 0,12.
C. 0,14.
D. 0,15.
E. 0,18.

Cálculos

9 – (ENEM, 2012) Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

A $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

B $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

C $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

D $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

E $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Cálculos

H29 – Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

1 – (ENEM, 2011) Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida). O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada. Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas. Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

A. Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.

B. Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.

C. Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.

D. Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.

E. Caio, pois a soma que escolheu é a maior.

2 – (ENEM, 2012) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

A. Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.

B. José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.

C. José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.

D. José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

E. Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

3 – (ENEM, 2012) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

A. 212.952.

B. 229.913.

C. 240.621.

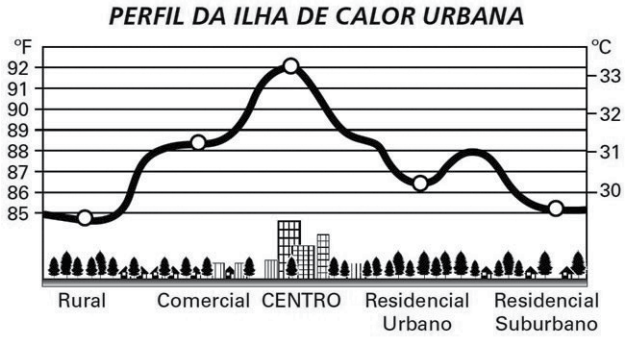
D. 255.496.

E. 298.041.

Cálculos

H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

1 – (ENEM, 2011) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbana ou Residencial Suburbana. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das "ilhas de calor" da região, que deveriam ser inferiores a 31ºC. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

A. 1/ 5.

B. 1/ 4.

C. 2 /5.

D. 3 /5.

E. 3 /4.

Cálculos

ANEXO 1

TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO ENEM

Em 2009, o ENEM passou por importantes mudanças que transformaram significativamente o modo como o desempenho dos participantes é verificado. Como os técnicos do INEP, responsáveis pela organização do Exame, passaram a utilizar um método estatístico conhecido como Teoria de Resposta ao Item (TRI), as questões passaram a ser chamadas de itens, pois devem ser elaboradas de acordo com critérios específicos para que possam estimar, com maior grau de precisão, o que uma pessoa sabe ou ignora.

Cada item deve avaliar uma única habilidade predominante, estar baseado em conteúdo importante e relevante, privilegiar contextos vivenciados pelos estudantes, apresentando de forma clara a ideia central no enunciado, para possibilitar medir níveis de conhecimentos diferentes pelas perguntas. Tudo isso favorece o atendimento aos três parâmetros estatísticos, medidos matematicamente, sendo eles:

- Poder de discriminação, que é a capacidade de um item distinguir os estudantes que têm o conhecimento requisitado para resolvê-lo daqueles que não o têm.
- Grau de dificuldade, que é determinado por meio da aplicação de um pré-teste, em que as questões são resolvidas por um número reduzido de estudantes do 3º ano do Ensino Médio, considerados voluntários.
- Possibilidade de acerto ao acaso (chute), considerando os resultados do pré-teste e a classificação das questões quanto ao grau de dificuldade – é inconsistente o fato de o estudante errar questões consideradas fáceis e acertar as difíceis.

Para saber se um item cumpre os três requisitos necessários é preciso testá-lo previamente. Após a testagem, questões podem ser eliminadas, reformuladas ou incorporadas a um banco de itens, que precisa ser constantemente atualizado. As provas podem variar ano a ano, pois é a qualidade delas que garante a capacidade de comparação. Quanto melhor a prova, mais precisos serão os resultados.

Diante desses parâmetros, o desempenho na prova não contabiliza apenas o número total de acertos, mas também as características de cada item, que permitem estimar a habilidade de um candidato avaliado e garantir que essas habilidades, medidas a partir de um conjunto de itens, sejam comparadas com outro conjunto na mesma escala.

Por meio da utilização da TRI, não é possível comparar diretamente o número de acertos de cada estudante com o escore obtido em uma área do conhecimento, pois o número de itens corretos pode apresentar níveis de dificuldades diferentes, e as demais características dos itens afetam o resultado. Dessa mesma forma, podemos entender que o número de acertos não pode ser comparado, também, entre as diferentes áreas do conhecimento. Sendo assim, não existe um escore único, tal como ocorre na maioria dos vestibulares.

Outra característica da TRI é não ter um limite padrão inferior ou superior entre as áreas de conhecimento. Os valores máximos e mínimos de cada prova dependerão das carac-

terísticas dos itens selecionados. No ENEM, somente a prova de redação tem esses valores preestabelecidos, uma vez que a correção não é feita com base na TRI.

A TRI envolve psicologia, estatística e informática, por isso provas aplicadas em momentos diferentes podem ser comparadas, e populações variadas (diversos grupos de estudantes) também podem ser comparadas. Outra vantagem é que a probabilidade de resposta "correta" aumenta o valor do indivíduo em relação ao conhecimento que possui, pois quanto maior for a habilidade do indivíduo, maior é a probabilidade de acerto da questão.

GABARITO

HABILIDADE 1

1. A 2. A 3. C 4. D

HABILIDADE 2

1. D 2. D 3. E 4. D 5. C 6. C

HABILIDADE 3

1. B 2. A 3. D 4. B 5. C 6. B 7. B

HABILIDADE 4

1. D 2. B 3. D

HABILIDADE 5

1. E 2. E

HABILIDADE 6

1. D 2. C 3. C 4. E

HABILIDADE 7

1. E 2. E 3. A

HABILIDADE 8

1. A 2. B 3. B 4. A 5. D 6. D 7. B

HABILIDADE 9

1. C 2. A 3. C 4. B

HABILIDADE 10

1. D 2. E 3. C 4. B 5. B

HABILIDADE 11

1. D 2. D 3. C 4. E 5. C 6. D

HABILIDADE 12

1. D 2. E 3. B 4. C 5. D

HABILIDADE 13

1. B 2. C

HABILIDADE 14

1. A

HABILIDADE 15

1. C 2. D 3. A 4. B 5. D

HABILIDADE 16

1. E 2. C 3. D 4. D 5. D 6. A

HABILIDADE 17

1. C 2. E 3. D 4. E

HABILIDADE 18

1. E 2. C

HABILIDADE 19

1. C

HABILIDADE 20

1. C 2. E

HABILIDADE 21

1. B 2. D 3. E 4. B

HABILIDADE 22

1. B

HABILIDADE 23

1. A 2. A 3. D

HABILIDADE 24

1. A 2. A 3. E 4. E 5. E

HABILIDADE 25

1. D 2. A 3. E 4. D 5. B 6. C 7. B 8. C 9. B

HABILIDADE 26

1. B 2. A 3. D

HABILIDADE 27

1. B 2. C 3. D 4. E

HABILIDADE 28

1. C 2. C 3. A 4. D 5. D 6. C 7. E 8. D 9. E

HABILIDADE 29

1. C 2. D 3. B

HABILIDADE 30

1. E

REFERÊNCIAS

ANDRADE, D. F. de; TAVARES, H. R.; VALLE, R. da C. (2000). *Teoria de resposta ao item:* conceitos e aplicações. São Paulo: ABE – Associação Brasileira de Estatística.

ENEM. Prova 2009.

ENEM. Prova 2009. Anulada.

ENEM. Prova 2010.

ENEM. Prova 2011.

ENEM. Prova 2012.

ENEM. Relatório 1998.

ENEM. Relatório 1999.

ENEM. Relatório 2000.

ENEM. Relatório 2001.

ENEM. Relatório 2002.

ENEM. Relatório 2003.

ENEM. Relatório 2004.

ENEM. Relatório 2005.

ENEM. Relatório 2006.

ENEM. Relatório 2007.

ENEM. Relatório 2008.

INEP. Disponível em: <www.inep.gov.br/enem>. [Acessos diversos.]

KLEIN, R. (2003). *Utilização da Teoria de Resposta ao Item no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)*.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. DIRETORIA DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA – DAEB. *Nota Técnica*: Procedimento de cálculo das notas do Enem. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/visualizar/-/asset_publisher/6AhJ/content/redacao-tera-avaliacao-de-itens-de-competencia-e-correcao-mais rigorosa?redirect=http%3a%2f%2fportal.inep.gov.br%2f>. Acesso em: 03 jun. 2012.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. *Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 19 abr.2013.

Revista do ENEM. Colégio Marista Dom Silvério.

Veja. Disponível em: <http://veja.abril.com.br/noticia/educacao/raio-x-do-enem-os-conteudos-mais-cobrados-desde-2009>. Acesso em: 17 abr. 2013.

ANOTAÇÕES

GRÁFICA Epecê
Qualidade e tradição PUCRS
ediPUCRS
www.pucrs.br/edipucrs